الحلول الكاملة لكتيب أول وثاني متوسط 2021

7-8 Cadet 2021

إخراج اللجنة العلمية

أ هادي غروي أ طارق فضل

د عبد العزيز بن عبيد

إشراف

أ صفوت الطناني

٣

مسائل الثلاث نقاط — 3 points

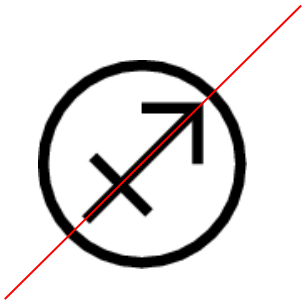
1 . أي من الأشكال التالية له محور تماثل؟

1. Which of the following shapes has an axis of symmetry?

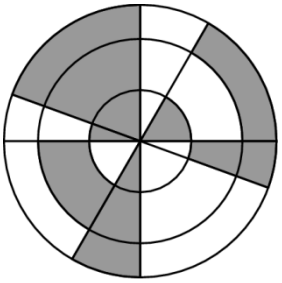
(A)	(B)	(C)	(D)	(E)

الحل: (A)

محور التماثل هو الخط الأحمر.



2 . يبين الشكل ثلاث دوائر لها المركز نفسه، وأربع قطع مستقيمة تمر بالمركز المشترك للدوائر الثلاث. ما النسبة المئوية للجزء المظلل في الشكل؟

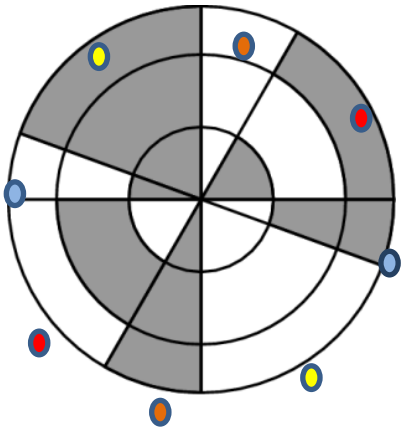


2. The figure shows three concentric circles with four lines passing through their common Center .What percentage of the figure is shaded?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
30%	35%	40%	45%	50%

الحل : (E)

نلاحظ أن لكل منطقة مظللة توجد منطقة غير مظللة مطابقة لها، والعكس بمعنى كل منطقة غير مظللة توجد منطقة مظللة مطابقة لها. إذن مساحة الجزء المظلل تساوي مساحة الجزء الغير مظلل. وبالتالي مساحة المنطقة المظللة تساوي نصف المساحة الكلية للشكل، ومن ثم تكون نسبة مساحة الجزء المظلل 50% من المساحة الكلية للشكل.



3 .ما قيمة المقدار $\frac{20\times21}{2+0+2+1}$؟

3 . What is the value of $\frac{20\times21}{2+0+2+1}$?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
42	64	80	84	105

الحل : **(D)**

لدينا

$$\frac{20\times21}{2+0+2+1}=\frac{20\times21}{5}=4\times21=84$$

4 . كم عدد مكون من أربع خانات بحيث تكون أرقام خاناته متتالية، ومرتبة تصاعديًا من اليسار إلى اليمين؟

4. How many four-digit numbers have the property that their digits, from left to right, are consecutive and in ascending order?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
5	6	7	8	9

الحل: **(B)**

الأعداد التي تحقق المطلوب ستة وهي:

1234, 2345, 3456, 4567, 5678, 6789

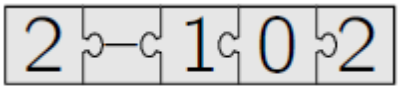
5 . عند تركيب القطع الخمس بالشكل الصحيح، سيتكون مستطيل يحوي عملية حسابية. ما ناتج تلك العملية؟

5 . When the five pieces shown are fitted together correctly, the result is a rectangle with a calculation written on it. What is the answer to this calculation?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
-100	-8	-1	199	208

الحل: (A)

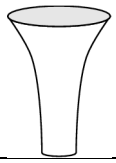
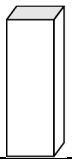
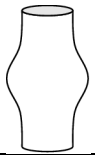
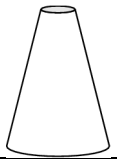
عند تركيب القطع الخمس بالشكل الصحيح نحصل على عملية الطرح التالية:



وناتج الطرح -100 .

6 . جميع المزهريات لها الطول نفسه وحجم كل منها يساوي 1 لتر. تم وضع نصف لتر من الماء في كل مزهرية. أي مزهرية سيكون بها ارتفاع الماء هو الأعلى؟

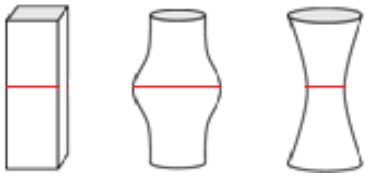
6. Each of the five vases shown has the same height and each has a volume of 1 liter. Half a liter of water is poured into each vase. In which vase would the level of the water be the highest?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
				

الحل: **(A)**

المزهريات كلها لها نفس الطول (الارتفاع)، ونفس الحجم وهو 1 لتر.

- كل من المزهريات **B** و **C** و **E** فيها الجزء السفلي من منتصف ارتفاعها متماثل مع الجزء أعلاه. لذا عندما نصب نصف لتر من الماء في كل منها (وهو نصف حجم كل مزهرية منها)، فإن ارتفاع الماء في كل منها سيكون نصف ارتفاع المزهرية بالضبط.



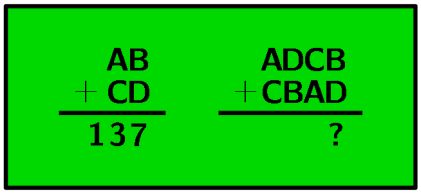
- في المزهرية **D** الجزء السفلي من منتصف ارتفاعها أوسع من الجزء أعلاه، لذا حجم ذلك الجزء السفلي أكبر من حجم الجزء العلوي، وبالتالي حجم ذلك الجزء السفلي أكبر من نصف حجم المزهرية. لذا عندما نصب نصف لتر في تلك المزهرية، فإن الماء لن يملأ ذلك الجزء السفلي، وسيكون ارتفاع الماء في تلك المزهرية أقل من نصف ارتفاعها.

- في المزهرية **A** الجزء السفلي من منتصف ارتفاعها أضيق من الجزء أعلاه، لذا حجم الجزء السفلي من منتصف ارتفاع المزهرية أصغر من حجم الجزء العلوي، وبالتالي حجم ذلك الجزء السفلي أصغر من نصف حجم المزهرية.

لذا عندما نصب نصف لتر في تلك المزهرية، فإن الماء سيملأ ذلك الجزء السفلي ويغطي بعضًا من الجزء العلوي، وسيكون ارتفاع الماء في تلك المزهرية أعلى من نصف ارتفاع المزهرية.

إذن ارتفاع الماء في المزهرية **A** هو الأعلى.

7 . قام طالب بجمع عددين مكونين من خانتين على يسار السبورة وحصل على الناتج 137.
ما ناتج جمع العددين المكونين من أربع خانات على يمين السبورة؟

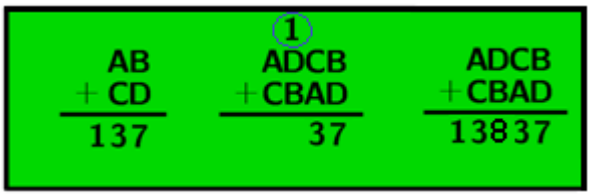


7 . A student correctly added the two two-digit numbers on the left of the board and got the answer 137. What answer will he get if he adds the two four-digit numbers on the right of the board?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
13737	13837	14747	23737	137137

الحل : (B)

لأن عملية الجمع إبدالية، يمكننا استنتاج أن $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{CB}+\overline{AD}=137$ ، والسبب أن مجموع رقمي منزلة الآحاد في كل منهما هو $B+D$ ، ومجموع رقمي منزلة العشرات لكل منهما $A+C=C+A$.



الآن ننظر للمجموع المطلوب، نجد مجموع أول رقمين في منزلتي الآحاد والمئات هو $\overline{CB}+\overline{AD}=137$. نضع الرقم 7 في منزلة الآحاد للمجموع، والرقم 3 في المنزلة العشرات للمجموع، ونحمل 1 على ناتج مجموع رقمي منزلتي المئات كما هو موضح بالشكل.

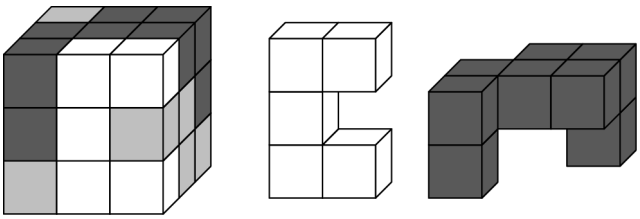
لكن مجموع رقمي المنزلتين الأخيرتين هو $\overline{AD}+\overline{CB}=137$ ، بإضافة 1 الناتج من الحمل، نحصل على أرقام ناتج الجمع المتبقية وهي 138، ويصبح ناتج الجمع المطلوب هو 13837.

تعليق: ربما يفرض أحدهم أن $B=3,D=4,A=5,C=8$ ، ويصل للناتج الصحيح.

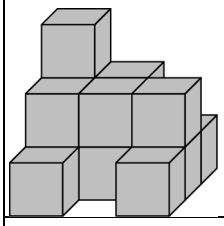
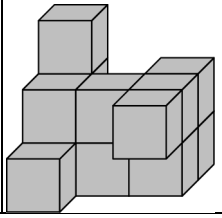
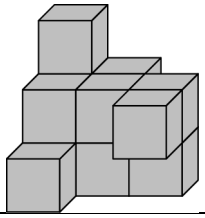
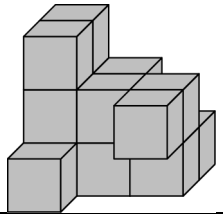
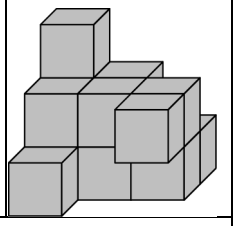
وآخر يفرض أن $B=2,D=5,A=6,C=7$ ، ويصل للناتج الصحيح أيضًا.

باختصار أي اختيار صحيح لقيم A,B,C,D يحقق الجمع المعطى، يوصلنا للناتج الصحيح في الجمع المطلوب.

8 . يتكون مكعب $3\times3\times3$ من مكعبات بيضاء ورمادية وسوداء أبعادها $1\times1\times1$ كما في الشكل الأيسر. يظهر الشكلان الآخران الجزء الأبيض والجزء الأسود من المكعب. أي من الأشكال التالية يظهر الجزء الرمادي من المكعب؟



8 . A $3\times3\times3$ cube is made from white, grey and black $1\times1\times1$ cubes, as shown in the left diagram. The other two diagrams show the white part and the black part of the cube. Which of the following diagrams shows the grey part?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
				

الحل : (E)

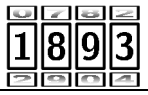
من المكعب الكبير وشكل المكعبات الصغيرة البيضاء والسوداء المعطى نجد:

- القاعدة مكونة من 9 مكعبات صغيرة كلها رمادية ما عدا المكعبين الصغيرين الأيمنين في الوجه الأمامي (لونهما أبيض)، لذا نستبعد الخيار A، لأن المكعب الأيمن الصغير في الوجه الأمامي المشترك مع القاعدة رمادي.
- الآن ننظر للوجه الأيمن في المكعب الكبير نجد به 4 مكعبات صغيرة رمادية. لذا نستبعد الخيار B لأن وجهه الأيمن فيه 5 رمادية، كما نستبعد الخيار C لأن وجهه الأيمن فيه 3 مكعبات رمادية.
- الأن ننظر للوجه العلوي للمكعب الكبير نجد به مكعب واحد رمادي، لذا نستبعد الخيار D لأن وجهه العلوي به مكعبان رماديان.

إذن الخيار الصحيح هو E.

٩. يتكون قفل دراجة من أربع عجلات أرقام مرقمة بالترتيب من 0 إلى 9. تم دوران كل عجلة بمقدار 180° من الرمز الظاهر في الشكل أدناه للحصول على الرمز الصحيح. ما الرمز الصحيح لقفل الدراجة؟

9. A bike lock has four wheels numbered with the digits 0 to 9 in order. Each of the four wheels is rotated by 180° from the code shown in the above diagram to get the correct code. What is the correct code for the bike lock?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
				
0815	1893	1972	4892	8436

الحل : (B)

يمكنك تخيل وجود الأرقام العشر على العجلة كما في الشكل. إذا كان مثلًا الرقم 6 هو الظاهر من العجلة، عندما ندور العجلة دورة كاملة (أي بزاوية 360°)، فينتج عن ذلك دوران الأرقام العشر ويعود الرقم 6 للظهور مرة أخرى. بينما دوران العجلة نصف دورة (أي بزاوية 180°)، ينتج عنه دوران خمسة أرقام فقط وهي بالترتيب 7 ثم 8 ثم 9 ثم 0 ثم 1 هو من يظهر أخيرًا.

بالمثل دوران العجلة بزاوية 180° يجعل مكان الرقم 3 الرقم 8، ومكان الرقم 4 الرقم 9، ومكان الرقم 8 الرقم 3.

إذن الرمز الصحيح لقفل الدراجة هو 1893.

10 . بدر أطول 5 سم من أحمد، وأقصر 10 سم من كندة. دلال أطول 10 سم من كندة، وأقصر 5 سم من أنس. أي العبارات التالية صحيحة؟

10. Bader is 5 cm taller than Ahmed, but 10 cm shorter than Kinda.
Dalal is 10 cm taller than Kinda, but 5 cm shorter than Anas. Which of the following statements is true?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
أحمد وأنس لهما الطول نفسه Ahmed and Anas are equal height	أحمد أطول 10 سم من أنس Ahmed is 10 cm taller than Anas	أحمد أقصر 10 سم من أنس Ahmed is 10 cm shorter than Anas	أحمد أطول 30 سم من أنس Ahmed is 30 cm taller than Anas	أحمد أقصر 30 سم من أنس Ahmed is 30 cm shorter than Anas

الحل: (E)

من معلومات السؤال يمكننا الترتيب من الأقصر إلى الأطول مع فارق الأطوال كالتالي:

أحمد $\xleftarrow{+5}$ بدر $\xleftarrow{+10}$ كندة $\xleftarrow{+10}$ دلال $\xleftarrow{+5}$ أنس

وبالتالي أحمد أقصر من أنس بمقدار $5+10+10+5$ سم ، أي بمقدار 30 سم، والخيار الصحيح هو E.

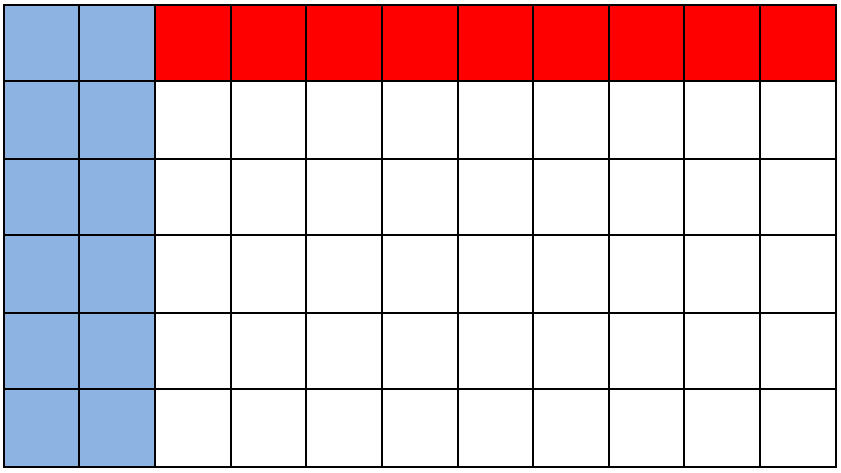
مسائل الأربع نقاط — 4 points

11. يتكون لوح شوكولاتة مستطيل الشكل من مربعات متطابقة. قام ناصر بكسر شريطين كاملين من المربعات وأكل الـ (12) مربعًا التي حصل عليها. لاحقًا قام جابر بكسر شريط واحد كامل من المربعات من نفس اللوح وأكل الـ (9) مربعات التي حصل عليها. كم عدد المربعات المتبقية في لوح الشوكولاتة؟

11. A rectangular chocolate bar is made of equal squares. Nasser breaks off two complete strips of squares and eats the 12 squares he obtains. Later, Jaber breaks off one complete strip of squares from the same bar and eats the 9 squares he obtains. How many squares of chocolate are left in the bar?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
72	63	54	45	36

الحل : (D)



لأن ناصر قد أكل شريطين كاملين بهما 12 مربعًا (الملونين في الشكل بالأزرق)، هذا يعني أن عرض لوح الشوكولاتة يساوي $12 \div 2 = 6$.

ولأن جابر قد أكل 9 مربعات من المتبقي من اللوح (الملونين في الشكل بالأحمر)، هذا يعني أن طول لوح الشوكولاتة يساوي $2 + 9 = 11$.

بعدما أكل ناصر المربعات الزرقاء وأكل جابر المربعات الحمراء ، تتبقى في اللوح المربعات البيضاء وعددها يساوي $5 \times 9 = 45$ مربعًا.

12 . وزن إبريق ممتلئ إلى خُمس حجمه بالماء يساوي 560 جم. عندما تم ملء أربعة أخماس حجمه بالماء أصبح وزنه 740 جم. كم وزن الإبريق فارغًا بالجرام؟

12 . A jar one fifth filled with water weighs 560 g. The same jar four fifths filled with water weighs 740 g. What is the weight of the empty jar in grams?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
60	112	180	300	500

الحل: (E)

وزن ثلاثة أخماس الماء الذي يملأ الإبريق هو $740 - 560 = 180$ جم.

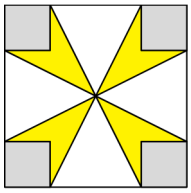
ومنه يكون خُمس وزن الماء الذي يملأ الإبريق هو $180 \div 3 = 60$ جم.

إذن وزن الإبريق فارغًا $560 - 60 = 500$ جم.

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي.

13. مساحة المربع الأكبر تساوي 16 سم مربع، ومساحة كل مربع صغير تساوي 1 سم مربع.

ما مجموع مساحات الأشكال الصفراء بالسنتيمتر المربع؟



13. The area of the large square is 16 cm^2 and the area of each small square is 1 cm^2. What is the total area of the yellow flower in cm^2?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
3	$\frac{7}{2}$	4	$\frac{11}{2}$	6

الحل : (C)

مساحة المربع الأكبر 16 سم مربع، وبالتالي طول ضلعه 4 سم،

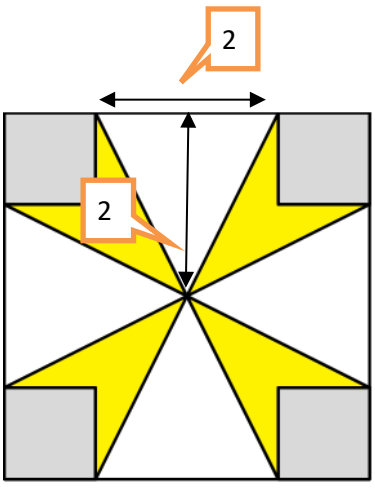
وأيضًا مساحة المربع الصغير تساوي 1 سم مربع، وبالتالي طول ضلعه 1 سم.

الآن انظر للشكل التالي، وإلى المثلث الأبيض العلوي،

يمكنك استنتاج أن طول قاعدته تساوي $4-(1+1)=2$ سم، وارتفاعه من التماثل يساوي $\frac{1}{2}\times 4=2$ سم.

إذن مساحة ذلك المثلث الأبيض تساوي $\frac{1}{2}\times 2\times 2=2$ سم مربع.

ومن التماثل أيضًا كل المثلثات البيضاء متساوية في المساحة.



إذن مجموع مساحات الأشكال الصفراء يساوي:

مساحة المربع الكبير – (مجموع مساحات المربعات الصغير + مجموع مساحات المثلثات البيضاء)،

يساوي $16-(4\times1+4\times2)$، يساوي 4 سم مربع.

@Mawhiba | Mawhiba.sa

موهبة.. حيث تنتمي.

14 . يبني بلال سورًا حول حديقته. استخدم بلال 25 لوحًا خشبيًا طول كل منها 30 سم. رتب بلال الألواح في السور بحيث يتساوى طول الجزء المتداخل بين أي لوحين متجاورين كما بالشكل. الطول الكلي لسور الحديقة يساوي 6.9 متر. ما طول الجزء المتداخل بين أي لوحين متجاورين بالسنتيمتر؟

14 . Belal is building a new fence in his garden. He uses 25 planks of wood, each of which are 30 cm long. He arranges these planks so that there is the same slight overlap between any two adjacent planks. The total length of Belal 's new fence is 6.9 meters. What is the length in centimeters of the overlap between any pair of adjacent planks?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
2.4	2.5	3	4.8	5

الحل: (B)

الطول الكلي للألواح بدون تداخل يساوي $30 \times 25 = 750$ سم،

الطول الفعلي للسور يساوي 6.9 متر يساوي $6.9 \times 100 = 690$ سم.

الفرق بين الطولين هو مجموع أطوال الأجزاء المتداخلة بين كل لوحين متجاورين (لاحظ كل تداخل بين لوحين متجاورين ينقص مجموع الأطوال الكلي بدون تداخل بمقدار ذلك التداخل).

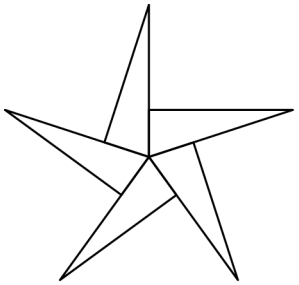
مجموع أطوال الأجزاء المتداخلة يساوي $750 - 690 = 60$ سم.

ولكن عدد التداخلات التي تمت هو 24 (لاحظ كل لوح تداخل الجزء الأيمن منه مع اللوح المجاور ما عدا اللوح في أقصى اليمين).

إذن طول أحد الأجزاء المتداخلة يساوي $60 \div 24 = 2.5$ سم.

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي

15 . يمكن ترتيب خمسة مثلثات قائمة الزاوية متطابقة بحيث تتلامس الزوايا الحادة الكبرى لكل مثلث لتكون نجمة كما في الشكل. بالإمكان تكوين نجمة مختلفة بترتيب المزيد من تلك المثلثات بحيث تتلامس الزوايا الحادة الصغرى للمثلثات. كم مثلثًا نحتاج لتكوين النجمة الثانية؟



15 . Five identical right-angled triangles can be arranged so that their larger acute angles touch to form the star shown in the diagram. It is also possible to form a different star by arranging more of these triangles so that their smaller acute angles touch. How many triangles are needed to form the second star?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
10	12	18	20	24

الحل: (D)

مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول مركز النجمة يساوي $360°$ ، ولكن تلك الزوايا متطابقة وكل منها الزاوية الحادة الكبرى في مثلثها القائم.

إذن قياس الزاوية الحادة لكبرى لأحد المثلثات هو $360 \div 5 = 72$ درجة.

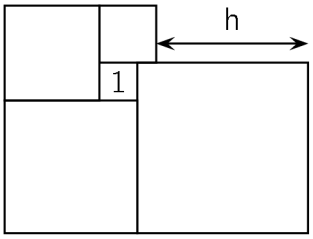
إذن قياس الزاوية الحادة الصغرى لأحد المثلثات هو $180 - (90 + 72) = 18$ درجة.

(لاحظ أن مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمثلث يساوي $180°$).

إذن عدد المثلثات في النجمة الثانية هو $360 \div 18 = 20$ مثلثًا.

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي

16 . تم وضع خمسة مربعات كما في الشكل. مساحة أصغر مربع تساوي 1. ما قيمة h ؟

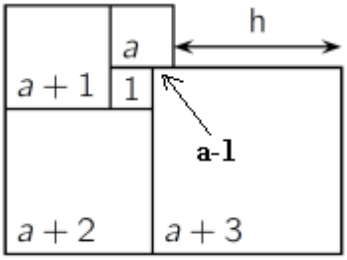


16. Five squares are positioned as shown. The small square indicated has area 1. What is the value of h?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
3	**3.5**	**4**	**4.2**	**4.5**

الحل: (C)

ليكن a طول ضلع المربع العلوي الأيمن ومنه يمكن إيجاد أطوال أضلاع باقي المربعات بدلالة a بمراعاة أن أطوال أضلاع المربع كلها متساوية كما في الشكل.



الآن من المربع الأيمن السفلي نجد: $a-1+h=a+3$ ، ومنها $h=4$.

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي

17. يتكون اختبار من 20 سؤالًا من نوع الاختيار من متعدد، يحصل الطالب على 7 نقاط لكل إجابة صحيحة، ويخسر 4 نقاط عن كل إجابة خاطئة، ويحصل على صفر إذا ترك السؤال بدون إجابة. حصل عمر على 100 نقطة في الاختبار. كم عدد الأسئلة التي تركها عمر دون إجابة؟

17. In a quiz, there are 20 multiple choice questions. Each correct answer scores 7 points, each wrong answer scores -4 points, and each question left blank scores 0 points. Omar took the quiz and scored 100 points. How many questions did he leave blank?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
0	1	2	3	4

الحل: (B)

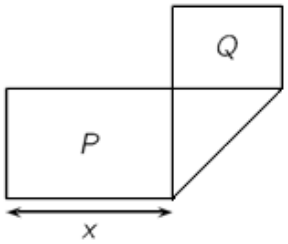
لو كان عمر قد أجاب كل الأسئلة بشكل صحيح، كان سيحصل على $7 \times 20 = 140$ نقطة. ولكنه قد حصل فعليًا على 100 نقطة. هذا يعني أنه قد خسر 40 نقطة، وبالتأكيد سببها إجابات خاطئة أو إجابات متروكة.

كل سؤال يتركه عمر دون إجابة يخصم من الدرجة النهائية 7 نقاط (التي كان سيحصل عليها لو أجاب ذلك السؤال بشكل صحيح). بينما كل سؤال يجيبه بشكل خاطئ يخسر أيضًا 7 نقاط، بالإضافة إلى خصم 4 نقاط إضافية. ومن ثم كل سؤال يجيبه بشكل خاطئ يُنقص من الدرجة النهائية 11 نقطة.

ولكنه إجمالًا خسر 40 نقطة. ستتكون بالتأكيد من إضافة مضاعف للعدد 7 مع مضاعف للعدد 11. وبتجربة كل مضاعفات العددين 7,11 التي يمكن أن تحقق ذلك، نجد مضاعفين فقط هما 7 و 33 (تأكد بنفسك أن باقي المضاعفات لا تحقق). ومن ثم نستنتج أن عمر قد أجاب عن 3 أسئلة بشكل خاطئ (لاحظ أن $3 \times 11 = 33$)، وترك سؤالًا واحداً، إذن الخيار الصحيح هو B.

تعليق: يحتمل السؤال طرق كثيرة للحل مثل تكوين معادلات، أو تجربة الخيارات مع الوضع في الاعتبار أنه قد أجاب بشكل صحيح على أكثر من 14 سؤالًا (حتى يتمكن من الحصول على 100نقطة)، وغيرها.

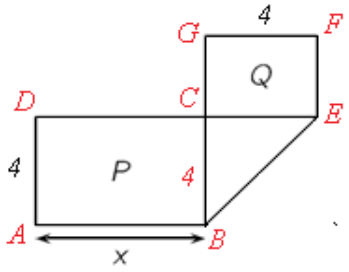
18. قطعة ورق مستطيلة أبعادها 4×13 تم طيها كما هو موضح في الشكل. تكوَّن مستطيلان مساحتيهما P و Q بحيث $P=2Q$. ما قيمة x ؟



18. A rectangular strip of paper of dimensions is 4×13 folded as shown in the diagram. Two rectangles are formed with areas P and Q where $P=2Q$. What is the value of x?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
5	5.5	6	6.5	$4\sqrt{2}$

الحل: (C)



لنسمي النقاط كما هو موضح بالشكل.

لدينا $AD=GF=4$ لأن كل منهما عرض الورقة الأصلية.

معطى أن مساحة المستطيل $ABCD$ تساوي ضعف مساحة المستطيل $CEFG$.

ولأن مساحة المستطيل تساوي الطول ضرب العرض، يصبح لدينا: $4\times AB=2\times(4\times GC)$،

ومنها $AB=2GC$.

ولكن الطول الأصلي للورقة يساوي 13، أصبح بعد الطي يساوي $AB+BC+CG$.

ولأن $BC=AD=4$ (ضلعان متقابلان في مستطيل)، $AB=2GC$، يصبح لدينا:

$2GC+4+CG=13$. ومنها $3GC=9$، ومنها $GC=3$.

ومنها $AB=2GC=2\times3=6$. إذن $x=6$.

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي

19 . صندوق فواكه يحتوي عددًا من التفاح يساوي ضعف عدد الكمثرى. تقاسم حسن وليلى الفواكه الموجودة في الصندوق بينهما بحيث يحصل حسن على ضعف ما تحصل عليه ليلى من الفاكهة. أي العبارات التالية صحيحة؟

19. A box of fruit contains twice as many apples as pears. Hasan and Lila divided them up so that Hasan had twice as many pieces of fruit as Lila. Which one of the following statements is always true?

(A)	(B)
حصل حسن على حبة كمثرى واحدة على الاقل Hasan took at least one pear	حصل حسن على عدد من التفاح يساوي ضعف العدد الذي حصل عليه من الكمثرى Hasan took twice as many apples as pears
(C)	**(D)**
حصل حسن على عدد من التفاح يساوي ضعف العدد الذي حصلت عليه ليلى من التفاح Hasan took twice as many apples as Lila	حصل حسن على عدد من التفاح يساوي العدد الذي حصلت عليه ليلى من الكمثرى Hasan took as many apples as Lila got pears
(E)	
حصل حسن على عدد من الكمثرى يساوي العدد الذي حصلت عليه ليلى من التفاح Hasan took as many pears as Lila got apples.	

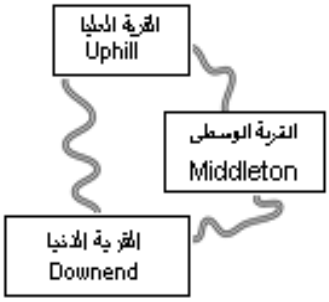
الحل: (E)

بما أن التفاح يمثل ثلثي الفواكه في الصندوق، وحسن حصل على ثلثي عدد الفواكه، فإن إحدى طرق تقسيم الفواكه بين الاثنين هي إعطاء حسن جميع التفاح وليلى كل الكمثرى. لكن هذه مجرد طريقة واحدة لتقسيم الفواكة. إذا أراد حسن بعض الكمثرى يمكنه استبدال بعض تفاحه بالكمثرى. السؤال هو كم. فإذا أراد الاحتفاظ بنفس عدد الفاكهة التي لديه ، فهذا يعني أنه مقابل كل تفاحة يقدمها لليلى، يجب أن يحصل منها على كمثرى واحدة في المقابل.

مما يعني أن عدد الكمثرى لدى حسن لا بد أن يساوي عدد التفاح لدى ليلى.

الخيار الصحيح هو (E) .

20. ثلاث قرى متصلة بطرق كما بالشكل. طول الطريق من القرية الدنيا إلى القرية العليا عبر القرية الوسطى أطول *بكيلو متر واحد* من الطريق المباشر بينهما. طول الطريق من القرية الدنيا إلى القرية الوسطى عبر القرية العليا أطول *بخمسة كيلو متر* من الطريق المباشر بينهما. طول الطريق من القرية العليا إلى القرية الوسطى عبر القرية الدنيا أطول *بسبعة كيلو متر* من الطريق المباشر بينهما. ما طول أقصر الطرق المباشرة الثلاثة بين القرى بالكيلومتر؟



20. Three villages are connected by paths as shown. From Downend to Uphill, the detour via Middleton is 1km longer than the direct path. From Downend to Middleton, the detour via Uphill is 5km longer than the direct path. From Uphill to Middleton, the detour via Downend is 7 km longer than the direct path. How long is the shortest of the three direct paths between the villages in km?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
1	2	3	4	5

الحل: (C)

بفرض مجموع أطوال الطرق الثلاثة المباشرة بين المدن هو k كلم، وهو يساوي من جهة أخرى مجموع طولي الطريق المباشر بين قريتين والطريق الغير المباشر بينهما (أي الذي يمر بالقرية الثالثة).

- بما أن طول الطريق من القرية الدنيا إلى القرية العليا عبر القرية الوسطى أطول *بكيلو متر واحد* من الطريق المباشر بينهما. إذن ضعف طول الطريق المباشر من القرية الدنيا إلى القرية العليا بالإضافة إلى 1 كلم يساوي k كلم.

إذن ضعف طول الطريق المباشر من القرية الدنيا إلى القرية العليا يساوي $k-1$،

وبالتالي طول الطريق المباشر من القرية الدنيا إلى القرية العليا يساوي $\frac{k-1}{2}$.

- بالمثل طول الطريق المباشر من القرية الدنيا إلى القرية الوسطى يساوي $\frac{k-5}{2}$.
- أيضًا طول الطريق المباشر من القرية العليا إلى القرية الوسطى يساوي $\frac{k-7}{2}$.

إذن $\frac{k-1}{2}+\frac{k-5}{2}+\frac{k-7}{2}=k$، بالضرب في 2 والتبسيط نجد $3k-13=2k$.

ومنها $k=13$.

أخيرًا طول أقصر الطرق المباشرة الثلاثة هو $\frac{k-7}{2}$ يساوي $\frac{13-7}{2}=3$ كلم.

والخيار الصحيح هو **C**.

@Mawhiba | Mawhiba.sa

موهبة.. حيث تنتمي.

مسائل الخمس نقاط **5 points**

21. لدينا كسر، كل من بسطه ومقامه موجبان. تم زيادة البسط بمقدار 40%. ما النسبة المئوية لنقص المقام ليصبح الكسر الناتج مساويًا ضعف الكسر الأصلي؟

21. In a particular fraction the numerator and denominator are both positive. The numerator of this fraction is increased by 40%. By what percentage should its denominator be decreased so that the new fraction is double the original fraction?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
10%	20%	30%	40%	50%

الحل: (C)

ليكن الكسر هو $\frac{a}{b}$.

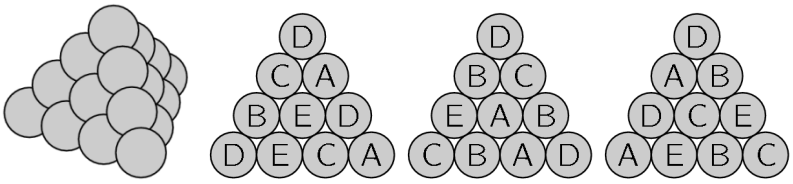
الآن البسط يعتبر $100\% \times a$ عندما نزيده بمقدار $40\% \times a$ ، يصبح البسط الجديد $140\% \times a$.

وحتى تكون قيمة الكسر الجديد تساوي 2، يجب أن يكون مقام الكسر الجديد هو $70\% \times b$.

ولكن مقام الكسر الأصلي كان $100\% \times b$.

إذن يجب أن ينقص مقام الكسر الأصلي بنسبة $100\% - 70\%$ تساوي 30%.

22. يتكون هرم ثلاثي من 20 كرة مدفع كما في الشكل. كل كرة مدفع مكتوب عليها أحد الأحرف: **A,B,C,D,E**. وكل حرف مكتوب على أربع كرات بالضبط. الصورة توضح الحروف المكتوبة على الكرات على ثلاثة أوجه من أوجه الهرم. ما الحرف المكتوب على الكرة في وسط (مركز) الوجه الرابع للهرم؟



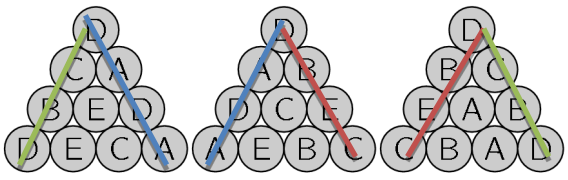
22. A triangular pyramid is built with 20 cannon balls, as shown. Each cannon ball is labelled with one of A, B, C, D or E. There are four cannon balls with each type of label. The picture shows the labels on the cannon balls on three of the faces of the pyramid. What is the label on the hidden cannon ball in the middle of the fourth face?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
A	**B**	**C**	**D**	**E**

الحل: (D)

الهرم المعطى له أربعة أوجه، ومعطى شكل الكرات في ثلاثة أوجه، ومعطى أيضًا أن كل حرف مكتوب على أربع كرات بالضبط.

الآن انظر الشكل التالي، الخطوط الحمراء والزرقاء والخضراء توضح أن الكرات على حرف الهرم بنفس اللون هي نفسها ولكننا نراها في الواقع من منظورين مختلفين، ولذا تظهر في وجهين مختلفين وإن كانت مشتركة بين الوجهين. باقي الكرات التي ليست على حرف ملون ليست مشتركة بين أي وجهين في الأوجه الثلاثة المعطاة.



دعنا الآن نعد إجمالي عدد مرات ظهور كل حرف في الأوجه الثلاث، بدون تكرار للعد.

- الحرف A: ظهر على الحرف الأزرق مرتين (لا تنسى كرات الحرف الأزرق ظهرت في وجهين،

ولكنها نفس الكرات في الواقع)، وكذلك ظهر مرتين إضافيتين في الوجه الأيمن. إذن هناك 4 كرات ظاهرة تحمل حرف A.

- الحرف B: ظهر على الحرف الأحمر مرة، وعلى الحرف الأخضر مرة ، وكذلك ظهر مرة إضافية في الوجه الأيمن، ومرة إضافية في الوجه الأوسط. إذن هناك 4 كرات ظاهرة تحمل حرف B.
- الحرف C: ظهر على الحرف الأحمر مرة، وعلى الحرف الأخضر مرة ، وكذلك ظهر مرة إضافية في الوجه الأوسط، ومرة إضافية في الوجه الأيسر. إذن هناك 4 كرات ظاهرة تحمل حرف C.
- الحرف D: ظهر على كرة التقاء الأحرف الثلاثة الأحمر والأزرق والأخضر ونعده مرة واحدة (لأن رأس الهرم يكون مشترك بين ثلاثة أوجه)، وظهر مرة إضافية على الحرف الأزرق، ومرة إضافية أخرى على الحرف الأخضر. إذن هناك 3 كرات ظاهرة تحمل حرف D.
- الحرف E: ظهر مرة على الحرف الأحمر، مرة إضافية في الوجه الأوسط، ومرتين إضافيتين في الوجه الأيسر. إذن هناك 4 كرات ظاهرة تحمل حرف E.

أخيرًا، كل حرف ظهر على 4 كرات، ما عدا الحرف D ظهر على 3 كرات فقط. ولأن الكرة المركزية في الوجه الرابع لا تظهر في أي من الأوجه الثلاثة المعطاة، إذن يجب أن تحمل الكرة في وسط (مركز) الوجه الرابع حرف D.

23. عدد مكون من 6 خانات على الصورة $\overline{2ABCDE}$، ضُرب في العدد 3 وكان الناتج عددًا مكونًا من 6 خانات على الصورة $\overline{ABCDE2}$. ما مجموع أرقام خانات هذا العدد؟

23. The 6-digit number $\overline{2ABCDE}$ is multiplied by 3 and the result is the 6-digit number $\overline{ABCDE2}$. What is the sum of the digits of this number?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
24	27	30	33	36

الحل : (B)

ليكن $x = \overline{ABCDE}$. وبالتالي يمكننا كتابة العدد $\overline{2ABCDE}$ على الصورة:

$$\overline{2ABCDE} = \overline{ABCDE} + 200000 = x + 200000$$

بالمثل العدد $\overline{ABCDE2}$ نكتبه على الصورة:

$$\overline{ABCDE2} = 2 + \overline{ABCDE} \times 10 = 2 + 10x$$

الآن من الشرط المعطى يمكننا تكوين المعادلة:

$$3(x + 200000) = 2 + 10x$$

ومنها $3x + 600000 = 2 + 10x$، ومنها $599998 = 7x$ وبالقسمة على 7 نجد $x = 85714$.

إذن العدد الأصلي هو 285714، والذي مجموع أرقام خاناته يساوي

$2 + 8 + 5 + 7 + 1 + 4 = 27$.

24 . يحوي صندوق كرات خضراء وحمراء وزرقاء وصفراء فقط. يوجد دائمًا كرة خضراء واحدة على الأقل من بين أي 27 يتم اختيارها من الصندوق، ويوجد دائما كرة حمراء واحدة على الأقل من بين أي 25 يتم اختيارها من الصندوق، ويوجد دائما كرة زرقاء واحدة على الأقل من بين أي 22 كرة يتم اختيارها من الصندوق، وكذلك يوجد دائما كرة صفراء واحدة على الأقل من بين أي 17 كرة يتم اختيارها من الصندوق. ما أكبر عدد ممكن من الكرات في الصندوق؟

24. A box contains only green, red, blue and yellow balls. There is always at least one green ball amongst any 27 balls chosen from the box; always at least one red ball amongst any 25 balls chosen; always at least one blue amongst any 22 balls chosen and always at least one yellow amongst any 17 balls chosen. What is the largest number of balls that could be in the box?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
27	29	51	87	91

الحل: (B)

إذا تم اختيار أي 27 كرة فلابد من وجود كرة خضراء بينها، هذا يعني أن عدد الكرات التي ليست خضراء لن يزيد عن 26 (غير ذلك لو كان عددهم 27 كرة أو أكثر، فيمكن اختيار 27 كرة ليس من بينهم كرة خضراء. تناقض).

بلغة أخرى إجمالي عدد الكرات الحمراء والزرقاء والصفراء لن يزيد عن 26 كرة.

بفرض عدد الكرات الخضراء g ، والحمراء r ، والزرقاء b ، والصفراء y .

يمكننا الآن صياغة المتباينة :

$$r+b+y \leq 26$$

بالمثل يمكننا صياغة المتباينات التالية:

$$g+b+y \leq 24$$
$$r+g+y \leq 21$$
$$r+g+b \leq 16$$

بجمع المتباينات الأربعة ومراعاة أن عدد كرات كل لون قد ظهر 3 مرات في المتباينات الأربعة، نحصل على:

$$3(g+r+b+y) \leq 87$$

بالقسمة على 3 **نحصل على** $g+r+b+y \leq 29$.

وبالتالي أكبر عدد ممكن من الكرات في الصندوق هو 29 **كرة.**

25 . كرة قدم مصنوعة من سداسيات بيضاء وخماسيات سوداء، كما في الشكل. إذا كان إجمالي عدد الخماسيات 12، كم عدد السداسيات؟

25. A soccer ball is made of white hexagons and black pentagons, as seen in the picture. There are a total of 12 pentagons. How many hexagons are there?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
12	15	18	20	24

الحل : (D)

بفرض عدد السداسيات x .

بملاحظة أن كل خماسي يحيط به 6 سداسيات، وكل سداسي يحيط به 3 خماسيات و 3 سداسيات.

الآن نعد عدد الأحرف المشتركة بين الخماسيات والسداسيات، هي من جهة تساوي $5\times12=60$ ، ومن جهة أخرى تساوي $3x$. يمكننا الآن تكوين المعادلة $3x=60$ ، ومنها $x=20$.

26 . تم ترتيب 2021 كنغر في صف واحد وتم ترقيمها من 1 إلى 2021 . كل كنغر له أحد الألوان: أحمر أو رمادي أو أزرق. كل ثلاثة كناغر متتالية تكون ألوانها مختلفة. خَمّنَ بدر ألوان خمسة كناغر كالتالي:

لون الكنغر رقم 2 رمادي،

لون الكنغر رقم 20 أزرق،

لون الكنغر رقم 202 أحمر،

لون الكنغر رقم 1002 أزرق،

لون الكنغر رقم 2021 رمادي.

واحد فقط من هذه التخمينات خاطئ. ما رقم الكنغر الذي خمن بدر لونه بشكل خاطئ؟

26. 2021 colored kangaroos are arranged in a row and are numbered from 1 to 2021. Each kangaroo is colored either red, grey or blue. Amongst any three consecutive kangaroos, there are always kangaroos of all three colors. Badr guesses the colors of five kangaroos. These are his guesses:
Kangaroo number 2 is grey;
Kangaroo number 20 is blue;
Kangaroo number 202 is red;
Kangaroo number 1002 is blue;
Kangaroo number 2021 is grey.
Only one of his guesses is wrong.
What is the number of the kangaroo whose color he guessed incorrectly?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
2	20	202	1002	2021

الحل : (B)

معطى أن كل ثلاثة كناغر متتالية تكون ألوانها مختلفة.

الآن بأخذ أي أربعة كناغر متتالية. إذا كان لون الكنغر الرابع مثل لون الكنغر الثالث سنصل لتناقض (لأن الكناغر الثلاثة: الثاني والثالث والرابع متتالية وألوانها ليست مختلفة). بالمثل لو كان

الكنغر الثاني والرابع نفس اللون سنصل لتناقض. إذن يجب أن يكون الكنغر الأول والرابع نفس اللون. وبالمثل نستنتج أن لون الكنغر الثاني والخامس نفس اللون، وكذلك الثالث والسادس نفس اللون. وعمومًا لون أي كنغر يتكرر بعد ثلاثة كناغر بالضبط.

دعنا نصيغ ذلك بشكل أكثر تحديدًا.

- مجموعة الكناغر ذات الأرقام $(3,6,9,\ldots,2019)$ كلها لها نفس اللون، ولنسميها المجموعة A. ويمكن وصف أرقام المجموعة A بأن كل منها من مضاعفات العدد 3.
- الكناغر ذات الأرقام $(1,4,7,\ldots,2020)$ كلها لها نفس اللون، ولنسميها المجموعة B. ويمكن وصف أرقام المجموعة B بأن كل منها باقي قسمته على العدد 3 يساوي 1.
- الكناغر ذات الأرقام $(2,5,8,\ldots,2021)$ كلها لها نفس اللون، ولنسميها المجموعة C. ويمكن وصف أرقام المجموعة C بأن كل منها باقي قسمته على العدد 3 يساوي 2.

الآن ننظر لتخمينات بدر، والتي كان واحد منها فقط خاطئ.

– يجب أن يكون كل من التخمينين (لون الكنغر رقم 2 رمادي)، (لون الكنغر رقم 2021 رمادي) صحيحًا، لأن باقي قسمة الرقمين على العدد 3 يساوي 2، وبالتالي المجموعة C هي مجموعات الكناغر الرمادية (لاحظ لا يمكن أن يكون كلا التخمينين خطأ أو أحدهما صحيح والآخر خاطئ).

– يجب أن يكون التخمين (لون الكنغر رقم 20 أزرق) خطأ، لأن الرقم 20 باقي قسمته على العدد 3 هو 2، فهو من المجموعة C، ولكن المجموعة C لونها رمادي، فلا يمكن أن يكون الكنغر رقم 20 أزرق.

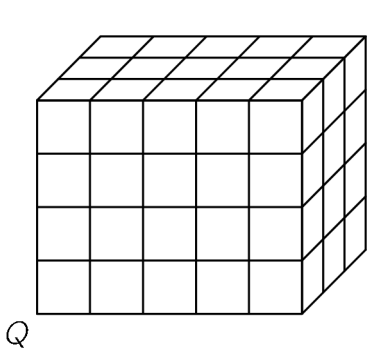
الخيار الصحيح هو B.

تعليق: يمكنك التأكد أن التخمين (لون الكنغر رقم 1002 أزرق) صحيح، لأن الرقم 1002 من مضاعفات العدد 3، فهو من المجموعة A، وبالتالي المجموعة A هي مجموعة الكناغر الزرقاء.

كما يمكنك التأكد أن التخمين (لون الكنغر رقم 202 أحمر) صحيح، لأن الرقم 202 باقي قسمته على العدد 3 هو 1، فهو من المجموعة B ، وبالتالي المجموعة B هي مجموعة الكناغر الحمراء.

ومن ثم لا يوجد تعارض بين التخمينات الأربعة الصحيحة.

27 . يتكون متوازي مستطيلات $3\times4\times5$ من 60 مكعبًا صغيرًا كلها متطابقة. قامت حشرة باختراق متوازي المستطيلات عن طريق أكل جزء منه عبر القطر الواصل بين الرأس P والرأس Q. القطر لا يتقاطع مع أحرف أي من المكعبات الصغيرة داخل متوازي المستطيلات. ما عدد المكعبات الصغيرة التي ستمر عبرها الحشرة؟

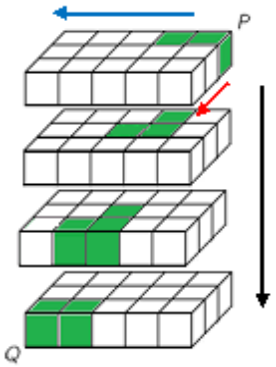


27. A $3\times4\times5$ cuboid consists of 60 identical small cubes. A termite eats its way along the diagonal from P to Q. This diagonal does not intersect the edges of any small cube inside the cuboid. How many of the small cubes does it pass through on its journey?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
8	9	10	11	12

الحل: (C)

تمر الحشرة عبر قطر متوازي المستطيلات الواصل بين الرأس P والرأس Q. ولكن ما معنى العبارة "القطر لا يتقاطع مع أحرف أي من المكعبات الصغيرة داخل متوازي المستطيلات". تعني أن ذلك القطر لا يمر بمكعبين صغيرين متجاورين إلا من خلال وجه مشترك بينهما، وليس من خلال حرف مشترك بينهما ولا حتى رأس.



@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي

دعنا نقسم متوازي المستطيلات إلى 4 شرائح أفقية لتسهيل الرؤية كما في الشكل الموضح.
الآن الحشرة في المكعب الصغير الذي يحوي P ، وتريد أن تصل للمكعب الصغير الذي يحوي Q.
ومسموح لها فقط أن تعبر من وجه لوجه آخر مجاور فقط من خلال وجه مشترك (وليس حرف أو رأس مشترك)، هذا يعني أن حركة الحشرة مقيدة في اتجاهات الأسهم الثلاثة الأسود والأحمر والأزرق الموضحة في الشكل.
ستمر الحشرة من خلال المكعب الذي يحوي P ، وهو أول مكعب تمر من خلاله.
الآن بغض النظر عن المسار الفعلي الذي تسلكه الحشرة (وهو القطر PQ) وترتيب المكعبات فيه، لن تصل الحشرة إلى المكعب Q إلا بعد أن تتحرك إجمالًا من خلال: 2 مكعب في اتجاه السهم الأحمر، 4 مكعبات في اتجاه السهم الأزرق، 3 مكعبات في اتجاه السهم الأسود.
إذن إجمالي عدد المكعبات التي ستمر خلالها الحشرة هو $1+2+3+4=10$ مكعبات.
الخيار الصحيح هو (C).
تعليق: ليس من السهل تعيين المسار الفعلي للقطر PQ داخل المكعبات الصغيرة، ولكن المهم إيجاد طريقة لعد تلك المكعبات، وقد تم تلوين المكعبات العشرة الفعلية التي تمر من خلالها الحشرة باللون الأخضر في الشكل السابق.

28 . يوجد في بلدة 21 فارسًا يقولون الحقيقة دائمًا و 2000 محتال دائماً يكذبون. قَسّمَ القاضي 2020 شخص من هؤلاء الـ 2021 شخص إلى 1010 مجموعة، وفي كل مجموعة شخصان. كل شخص في أي مجموعة يصف الشخص الآخر الذي معه في المجموعة هل هو فارس أم محتال. نتيجة لذلك أصبح لدينا 2000 شخص تم وصفهم بأنهم فرسان و 20 شخصًا تم وصفهم بأنهم محتالون. كم عدد المجموعات الثنائية التي بها محتالون فقط؟

28. In a town there are 21 knights who always tell the truth and 2000 knaves who always lie. A Judge divided 2020 of these 2021 people into 1010 pairs. Every person in a pair described the other person as either a knight or a knave. As a result, 2000 people were called knights and 20 people were called knaves. How many pairs of two knaves were there?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
980	985	990	995	1000

الحل: (D)

عدد سكان البلدة 2021، والقاضي قد استدعى منهم 2020 شخص، هذا يعني أن شخصًا واحدًا فقط هو الذي لم يحضر. هذا يعني أن عدد الفرسان من بين الحاضرين سيكون إما 21 أو 20 فارس.

قسم القاضي هؤلاء الـ 2020 شخص إلى 1010 مجموعة، وفي كل مجموعة شخصان.

المجموعات الثلاث التي يمكن تكوينها هي : {فارس، فارس} و {محتال، محتال} و {فارس، محتال}.

- في المجموعة {فارس، فارس}، سيصف كل منهما الآخر بأنه فارس (كلاهما صادق).
- في المجموعة {محتال، محتال}، سيصف كل منهما الآخر بأنه فارس (كلاهما كاذب).
- في المجموعة {فارس، محتال}، سيصف كل منهما الآخر بأنه محتال (سيصف الفارس لصدقه المحتال بأنه محتال، بينما سيصف المحتال لكذبه الفارس بأنه محتال).

من المجموعات الثلاث الممكنة نجد أن المجموعة {فارس، محتال} هي التي ينتج عنها وصف محتال فقط، وينتج عن كل مجموعة من هذا النوع وصف شخصين أنهم محتالان. ولأن هناك 20 شخصًا تم وصفهم بأنهم محتالون، إذن هناك 10 مجموعات من هذا النوع، وتضم هذه المجموعات 10 فرسان.

وبالتالي عدد المجموعات من النوعين الآخرين يساوي $1010 - 10 = 1000$ مجموعة.

بملاحظة أننا قد تأكدنا الآن من وجود 10 فرسان وهو عدد زوجي، والفرسان المتبقيين كلهم متضمنين في مجموعات من النوع {فارس، فارس}، والتي يجب أن تحوي عدد زوجي من الفرسان.

إذن إجمالي عدد الفرسان زوجي ، ويجب أن يكون 20 فارس (لا يمكن أن يكون 21 لأنه فردي).

وبالتالي عدد الفرسان في المجموعات من النوع {فارس، فارس} يساوي $20 - 10 = 10$.

ولأن كل مجموعة تضم فارسين، إذن عدد المجموعات من النوع {فارس، فارس} يساوي $10 \div 2 = 5$.

أخيرًا عدد المجموعات من النوع {محتال، محتال} يساوي $1000 - 5 = 995$ مجموعة.

الخيار الصحيح هو (D).

29 . تشارك ست فرق A, B, C, D, E, F في بطولة بحيث يلعب كل فريق مباراة واحدة فقط ضد كل فريق من الفرق الأخرى. في كل جولة من البطولة يتم إقامة ثلاث مباريات متزامنة (في نفس الوقت). قررت قناة تلفزيونية بث مباراة واحدة من كل جولة كما في الجدول. في أي جولة يلعب الفريق D ضد الفريق F؟

1	2	3	4	5
A – B	C – D	A – E	E – F	A – C

29. In a tournament, each of the six teams A, B, C, D, E and F plays one match against every other team. In each round of matches, three take place simultaneously. A TV station has already decided which match it will broadcast for each round, as shown in the table. In which round will team D play against team F?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
1	2	3	4	5

الحل: (A)

جدول البث المعطى للقناة التليفزيونية يتضمن 3 مباريات للفريق A في 3 جولات مع الفرق B و E و C. ونستنتج منه أن الفريق A سيلعب مع الفريقين D و F في الجولتين الثانية والرابعة.

ولكن في جدول البث نجد الفريق D في الجولة الثانية سيلعب مع الفريق C وليس الفريق A. إذن الفريق A في الجولة الثانية سيلعب مع الفريق F، وفي الجولة الرابعة مع الفريق D.

دعنا نضيف المباريات التي توصلنا إليها للجدول المعطى.

1	2	3	4	5
A – B	C – D A – F	A – E	E – F A – D	A – C

يمكننا معرفة المباراتين المتبقيتين في الجولة الثانية والرابعة، وهما B–E و B–C ونعيد كتابة الجدول مرة أخرى بعد إضافتهما، يصبح الجدول الآن.

1	2	3	4	5
A–B	C–D	A–E	E–F	A–C
	A–F		A–D	
	B–E		B–C	

الآن يمكننا استنتاج المباراتين المتبقيتين للفريق **C** في الجولتين الأولى والثالثة، وستكون مع الفريقين **E** و **F**. ولكن الفريق **E** في الجولة الثالثة سيلعب مع الفريق **A** وليس **C**. إذن الفريق **C** سيلعب في الجولة الثالثة مع الفريق **F**، وفي الجولة الأولى مع الفريق **E**. لنضيف ذلك للجدول نحصل على:

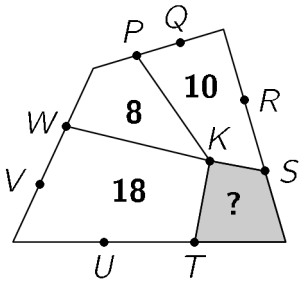
1	2	3	4	5
A–B	C–D	A–E	E–F	A–C
C–E	A–F	C–F	A–D	
	B–E		B–C	

يمكننا الآن استنتاج المباراتين المتبقيتين في الجولتين الأولى والثالثة، وهما **D–F** و **B–D**.
إذن الفريقان **D** و **F** سيتقبلان في الجولة الأولى. والخيار الصحيح (**A**).

تعليق: توقفنا عن إكمال الجدول لأننا وصلنا للمطلوب، يمكنك بطريقة مماثلة إكمال الجدول لو أردت وسيكون كالتالي:

1	2	3	4	5
A–B	C–D	A–E	E–F	A–C
C–E	A–F	C–F	A–D	B–F
D–F	B–E	B–D	B–C	D–E

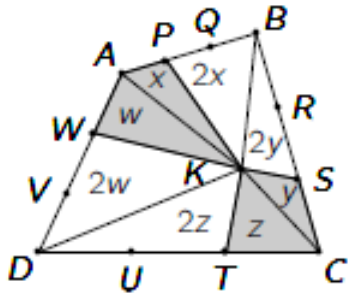
30 . يوضح الشكل التالي شكلًا رباعيًا تم تجزئته إلى أربعة أشكال رباعية صغيرة مشتركة في الرأس K. النقاط المحددة الأخرى تقسم كل ضلع من أضلاع الشكل الرباعي الكبير إلى ثلاثة أقسام متساوية. تمثل الأرقام في الشكل مساحات الأشكال الرباعية الصغيرة. ما مساحة الشكل الرباعي المظلل؟



30. The diagram shows a quadrilateral divided into four smaller quadrilaterals with a common vertex *K*. The other labelled points divide the sides of the large quadrilateral into three equal parts. The numbers indicate the areas of the corresponding small quadrilaterals. What is the area of the shaded quadrilateral?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
4	5	6	6.5	7

الحل: (C)



نعلم أن مساحة المثلث تساوي نصف ضرب القاعدة ضرب الارتفاع. ومن ثم النسبة بين مثلثين متساويين في الارتفاع تساوي النسبة بين طولي قاعدتيهما.

الآن نقوم بتوصيل K بكل النقاط الأخرى، ونرمز لباقي النقاط كما هو موضح بالشكل. نظرًا لأن المثلثين AKP و KPB لهما نفس الارتفاع وقاعدتيهما تحقق أن $PB = 2AP$ ، إذن لوفرضنا مساحة المثلث AKP تساوي x ، فإن مساحة المثلث KPB تساوي $2x$. يمكنك الحصول على علاقات مماثلة لكل مثلثين قاعدتيهما على ضلع من أضلاع الشكل الرباعي $ABCD$ ومشتركين في الرأس K .

من السهل أن نرى أن مجموع مساحتي المنطقتين البيضاوين يساوي ضعف مجموع مساحتي المنطقتين

الرماديتين.

إذن $10+18=2(8+[KSCT])$، **حيث** $[KSCT]$ **ترمز لمساحة الشكل** $KSCT$.

بحل المعادلة الأخيرة، نحصل على أن المساحة المطلوبة للشكل $KSCT$ **المظلل تساوي** 6.