الحلول الكاملة لكتيب أول وثاني متوسط 2023

7-8 Cadet 2023

إخراج اللجنة العلمية

أ مها الداوود　　　أ عبد الوهاب الشيخ

أ طارق فضل

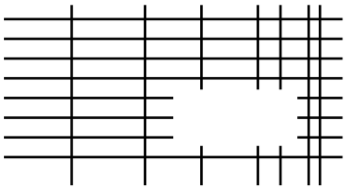
إشراف

أ صفوت الطنايني

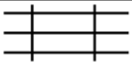
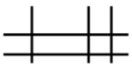
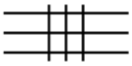
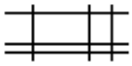
٣

3 point problems — مسائل الثلاث نقاط

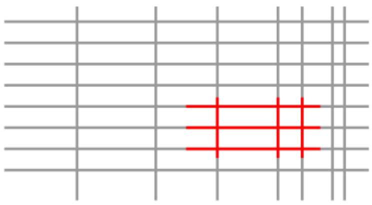
1– يوضح الشكل التالي مجموعة من الخطوط الأفقية والرأسية. تمت إزالة جزء من هذا الرسم. أي مما يلي يمكن أن يكون الجزء المفقود؟



1. The diagram shows a set of horizontal and vertical lines with one part removed. Which of the following could be the missing part?

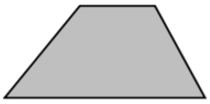
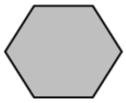
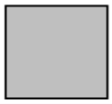
(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
				

الحل هو (E)

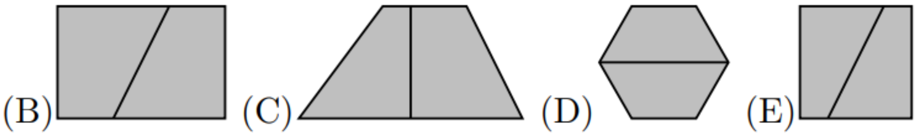


2– أي الأشكال التالية لا يمكن تقسيمه إلى شكلين كل منهما شبه منحرف وذلك برسم خط مستقيم واحد ؟

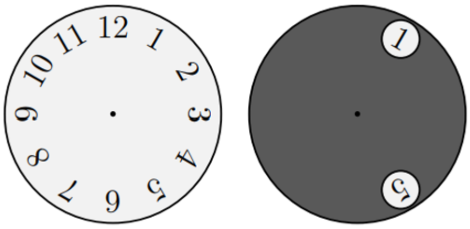
2- Which of the shapes below cannot be divided into two trapeziums by a single straight line?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
 Triangle مثلث	 Rectangle مستطيل	 trapezium شبه المنحرف	 regular hexagon سداسي منتظم	 Square مربع

الحل هو (A)



3– تم وضع دائرة رمادية بها ثقبان دائريان على سطح ساعة حائط، كما هو موضح. تم تدوير الدائرة الرمادية حول مركزها بحيث يظهر الرقم 8 في أحد الثقبين. أي رقم يمكن رؤيته في الثقب الآخر؟

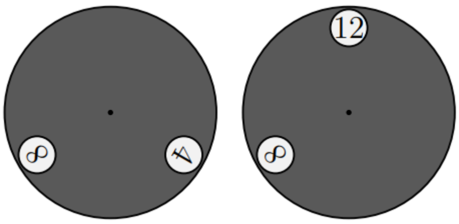


3. A grey circle with two holes is placed on top of a clock-face, as shown. The grey circle is turned around its center such that an 8 appears in one hole. Which number could be seen in the other hole?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
4 أو 12 4 or 12	1 أو 5 1 or 5	1 أو 4 1 or 4	7 أو 11 7 or 11	5 أو 12 5 or 12

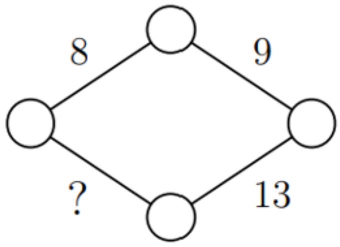
الحل هو (A)

واضح من الصورة أن الفرق بين رقمي الثقبين هو **4** ساعات. هذا صحيح فقط بالنسبة لـ **A**.



The picture shows that one hole will show a time 4 hours after the other. This is only true for A.

4- يريد خالد أن يكتب عددًا عند كل رأس وعند كل ضلع في المعين الموضح، بحيث يكون مجموع العددين عند أي رأسين متتاليين يساوي العدد المكتوب على الضلع المحصور بينهما. ما هو العدد المكتوب بدلًا من علامة الاستفهام؟

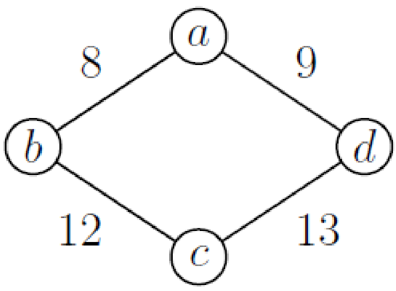


4. Khalid wants to write a number at each vertex and on each edge of the rhombus shown. He wants the sum of the numbers at the two vertices at the ends of each edge to be equal to the number written on the edge. What number will he write instead of the question mark?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
11	12	13	14	15

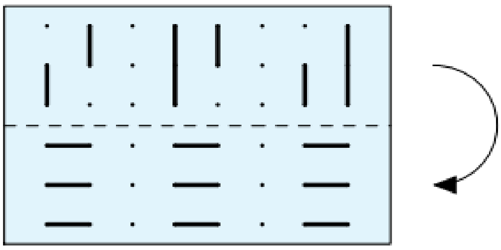
الحل هو (B)

بفرض الأعداد عند الرؤوس هي a,b,c,d كما بالشكل التالي. وبالتالي من الضلعين المتقابلين $8=a+b$ و $13=c+d$. بجمع المعادلتين نحصل على $21=a+b+c+d$. بالمثل من الضلعين المتقابلين الآخرين نجد $9+?=a+b+c+d$. إذن $9+?=21$. ومنها $?=12$.



Observe that the sum of the two numbers in any two opposite edges is the same. For example the edges with end points a, b and c, d, respectively, have sum (a+b)+(c+d) = a+b+c+d which is the same as the sum (a+d)+(b+c) of two other opposite edges. So in our case the number at the edge with the question mark is $8 + 13 - 9 = 12$.

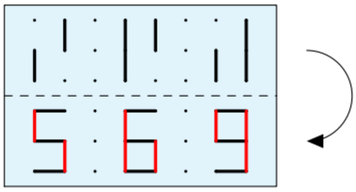
5– لدى سعاد قطعة من الورق الشفاف عليها بعض الخطوط. قامت بطيها حول الخط المتقطع كما هو موضح في الشكل. ماذا يمكنها أن ترى بعد طي الورقة؟



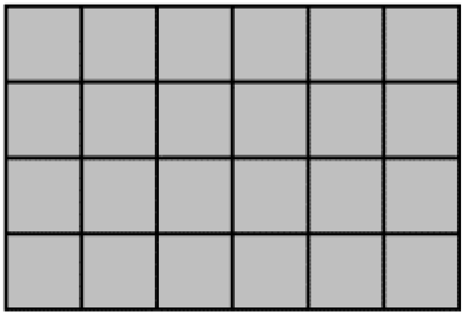
5. Soaad has a piece of transparent paper with some lines marked on it. She folds it along the horizontal dashed line. What can she now see?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
2:6:9	2:6:6	5:6:9	2:8:6	5:8:9

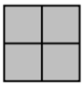
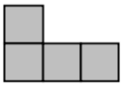
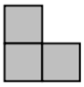
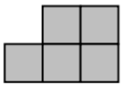
الحل هو (C)



6– يريد عامل تبليط أرضية أبعادها $4m \times 6m$ باستخدام بلاطات متطابقة. غير مسموح له وجود تداخلات أو فراغات بين البلاط. أي من البلاطات التالية لا يمكنه استخدامها في التبليط؟



6. A tiler wants to tile a floor of dimensions $4m \times 6m$ using identical tiles. No overlaps or gaps are allowed. Which of the following tiles could not be used?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
				

الحل هو (D)

بما أن $4 \times 6 = 24$ ليست من مضاعفات العدد 5 ، فلا يمكن استخدام المربع (D) لأنه يحتوي على 5 مربعات. من السهل أن نرى أن جميع البلاط الأخرى يمكن أن تغطي الأرضية.

As $4 \times 6 = 24$ is not a multiple of 5, tile D cannot be used because it has 5 squares. It is easy to see that all the other tiles can cover the floor.

7– لدى طارق 150 عملة نقدية. عندما ألقاها جميعًا على الطاولة، أظهرت % 40 منها شعارًا، وأظهرت % 60 منها كتابةً. كم عدد العملات التي أظهرت كتابةً يجب أن يقلبها طارق، ليصبح عدد العملات التي تُظهر كتابةً يساوي عدد العملات التي تُظهر شعارًا؟

7- Tarek has 150 coins. When he throws them on the table, 40 % of them show heads and 60 % of them show tails. How many coins showing tails does he need to turn over to have the same number show heads as show tails?

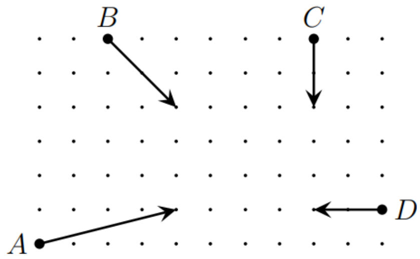
(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
10	15	20	25	30

الحل هو (B)

يحتاج إلى أن يقلب 10% من العملات أي $15 = \frac{150 \times 10}{100}$ قطعة نقدية.

He needs to turn over 10% of the coins which is 15 coins.

8– يوضح الشكل التالي الموقع الابتدائي لأربع من سيارات التصادم، كما يوضح اتجاه الحركة والمسافة التي تقطعها كل سيارة في خمس ثوان. أي سيارتين ستصطدمان؟

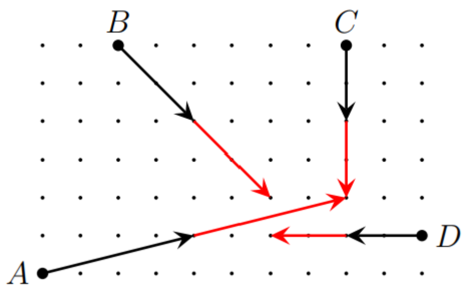


8. The diagram shows the initial position, the direction of travel and how far four bumper cars move in five seconds. Which two cars will collide?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
A and B	A and C	A and D	B and C	C and D

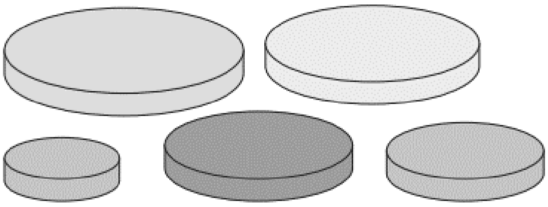
الحل هو (B)

عن طريق رسم الأسهم التي تظهر الحركة لمدة 5 ثوانٍ أخرى، من السهل رؤية أن سيارتا التصادم A و C تصطدمان بعد 10 ثوانٍ. ولن يصطدم أي زوج آخر.



By drawing the arrows showing the movement for 5 seconds more, it is easy to see that bumper car A and C collide after 10 seconds. No other pair will collide.

9– لدى مها خمسة أقراص دائرية ذات أحجام مختلفة. قررت أن تبني برجاً باستخدام ثلاثة من الأقراص بحيث يكون كل قرص في برجها أصغر من القرص الموجود أسفله. كم عدد الأبراج المختلفة التي يمكن أن تبنيها مها؟



9. Maha has five circular discs, each of a different size. She decides to build a tower using three of her discs so that each disc in her tower is smaller than the disc below it. How many different towers could Maha construct?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
5	6	8	10	15

الحل هو (D)

نقوم بتسمية كل قرص مع الأخذ في الاعتبار نصف قطره.

سنجعل D_1 القرص ذو نصف القطر الأصغر و D_5 يكون القرص ذو نصف القطر الأكبر.

سنرمز للبرج بـ (x, y, z) حيث x هو القرص في أعلى البرج ، y هو القرص في المنتصف و z هو القرص الموجود في الأسفل.

جميع الأبراج الممكنة هي: (D_3, D_4, D_5) ، (D_2, D_4, D_5)، (D_1, D_4, D_5)، (D_2, D_3, D_5)، (D_1, D_3, D_5)، (D_1, D_2, D_5)، (D_2, D_3, D_4)، (D_1, D_3, D_4) ، (D_1, D_2, D_4) ، (D_1, D_2, D_3). إذن عدد الأبراج المختلفة الممكنة هو 10 أبراج.

Name every disc considering its radius. Let D1 be the disc with the smallest radius and let D5 be the disc with the biggest radius. Denote (x, y, z) as the tower where x is the disc at the top of the tower, y is the disc in the middle and z is the disc at the bottom. it is easy to see that all possible towers are: (D3,D4,D5), (D2,D4,D5), (D1,D4,D5), (D2,D3,D5), (D1,D3,D5), (D1,D2,D5), (D2,D3,D4), (D1,D3,D4), (D1,D2,D4), (D1,D2,D3). This makes 10 possible towers in total.

10– تريد فاطمة كتابة الأعداد من 1 إلى 8 في مربعات الشبكة الموضحة، بحيث يتساوى مجموع أعداد المربعات في كل صف، كما يتساوى مجموع أعداد المربعات في كل عمود. لقد كتبت بالفعل الأعداد 3 و 4 و 8 كما هو موضح. ما العدد الذي ستكتبه في المربع المظلل؟

	4		
3		8	

10- Fatimah wants to write the numbers 1 to 8 in the boxes of the grid shown, so that the sums of the numbers in the boxes in each row are equal and the sums of the numbers in the boxes in each column are equal. She has already written numbers 3, 4 and 8, as shown. What number will she write in the shaded box?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
1	2	5	6	7

الحل هو (E)

المجموع الكلي لكل الأعداد من 1 إلى 8 هو 36. لذا يجب أن يكون مجموع الأعداد في كل صف هو $18=\frac{36}{2}$، ومجموع الأعداد في كل عمود هو $9=\frac{36}{4}$. ومن ثم سيكون الحل كما بالشكل.

6	4	1	7
3	5	8	2

The total sum of all number 1 to 8 is 36, so the sum of the numbers in each row has to be 18 and the sum of the numbers in each column has to be 9. So, the solution will be as shown in the figure.

4 point problems	مسائل الأربع نقاط

11– كتبت إيمان ثلاثة أعداد كلية متتالية بالترتيب (من اليسار إلى اليمين)، لكنها استخدمت الرموز بدلًا من الأرقام كالتالي:

□◊◊ ،♡△△ ،♡△□

ما العدد التالي الذي يجب أن تكتبه؟

11**.** Eman wrote down three consecutive whole numbers in order, but instead of digits she used symbols so wrote □ ◊ ◊ , ♡ △ △ , ♡ △ □. What would she write next?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
♡♡◊	□♡□	♡△◊	♡◊□	♡△♡

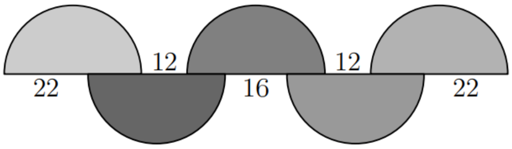
الحل هو (E)

من تغيير الرقم الأول (من اليسار) نستنتج أن ◊ = 9 ، △ = 0 ، □ = 1.

لذا فإن العدد الأول هو 199 ، ولدينا ♡ = 2 . إذن، العدد التالي الذي يجب كتابته هو 202 ، وهذا يعني ♡△♡.

From the change of the first digit we conclude that ◊ = 9,△ = 0,□ = 1. So the first number is 199, and we have ♡ = 2. So, the next number to write is 202, that means ♡△♡.

12– يوضح الشكل التالي خمسة أنصاف دوائر متطابقة، وأطوال بعض القطع المستقيمة. ما طول نصف القطر لأنصاف الدوائر؟



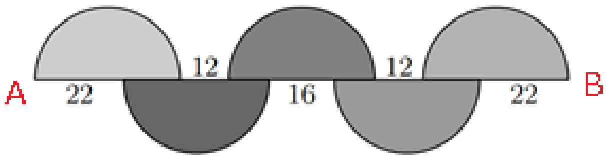
12. The diagram shows five equal semicircles and the lengths of some line segments. What is the radius of the semicircles?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
12	16	18	22	36

الحل هو (C)

لنفرض أن r هو نصف قطر كل دائرة. كما في الشكل التالي نحسب طول القطعة المستقيمة AB بطريقتين، الأولى عن طريق أنصاف الدوائر الثلاث العليا وأطوال القطع المستقيمة المعطاة بينها، والثانية عن طريق نصفي الدائرتين السفليتين وأطوال القطع المستقيمة المعطاة بينها، نحصل على المعادلة:

$$2r+12+2r+12+2r=22+2r+16+2r+22$$
$$6r+24=4r+60$$
$$6r-4r=60-24$$
$$2r=36$$
$$r=18$$



Let r be the radius of the circles. It is clear that 6r + 12 + 12 = 4r + 22 + 16 + 22 so r = 18.

Let r be the radius of each circle. As in the showing figure, we calculate the length of the line segment AB in two ways, the first by means of the upper three semicircles and the lengths of the line segments given between them, and the second by means of the two lower semicircles and the lengths of the line segments given between them, we get the equation:

$$2r+12+2r+12+2r=22+2r+16+2r+22$$
$$6r+24=4r+60$$
$$6r-4r=60-24$$
$$2r=36$$
$$r=18$$

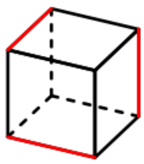
13– لدينا مكعب أبيض. نريد تلوين بعض أحرفه باللون الأحمر، بحيث يحوي كل وجه من أوجه المكعب حرفًا واحدًا على الأقل ملون باللون الأحمر. ما هو أقل عدد ممكن من الأحرف التي يمكن تلوينها باللون الأحمر؟

13. Some edges of a white cube are to be colored red so that every face of the cube has at least one red edge. What is the smallest possible number of edges that could be colored red?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
2	3	4	5	6

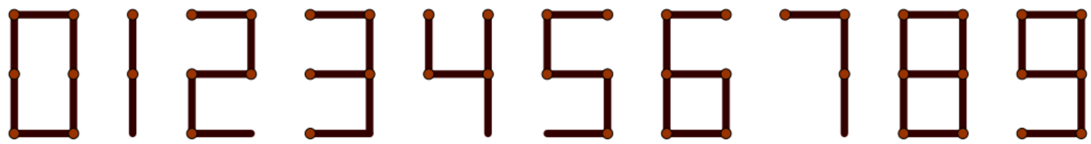
الحل هو (B)

من الواضح أن وجود حرفين فقط ملونين باللون الأحمر لا يكفي، ولكن وجود 3 أحرف ملونة ممكن. والرسم التالي يعطي مثال على هذا التلوين.



It is clear that just 2 edges coloured red is not enough whether a configuration with 3 edges coloured is possible. In the diagram shown there is an example of such a colouring.

14– يمكن استخدام أعواد الثقاب لكتابة الأرقام، كما هو موضح في الشكل. كم عدد الأعداد الصحيحة الموجبة المختلفة التي يمكن كتابتها باستخدام ستة أعواد ثقاب بالضبط بهذه الطريقة؟



14. Matchsticks can be used to write digits, as shown in the diagram. How many different positive integers can be written using exactly six matchsticks in this way?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
2	4	6	8	9

الحل هو (C)

في البداية نقوم بحساب عدد أعواد الثقاب المطلوبة لكتابة كل رقم. نرمز لكل زوج (x, y) حيث x تمثل الرقم و y تمثل عدد أعواد الثقاب المطلوبة لكتابته. لدينا الأزواج:

$$(0,6),(1,2),(2,5),(3,5),(4,4),(5,5),(6,6),(7,3),(8,7),(9,6)$$

نلاحظ $6=4+2=2+4=3+3=2+2+2$ ولا يمكن كتابة عدد بعود ثقاب واحد. الرقم 4 يحتاج 4 أعواد ثقاب، والرقم 1 يتطلب عودي ثقاب والرقم 7 يتطلب 3 أعواد ثقاب. وبالتالي هذا يعطينا ست إمكانات: $6,9,14,41,77,111$

First of all, we count the number of matchsticks required to write each of the digits. If each pair (x, y) has x as the digit and y as the number of matchsticks required to write it, we have the pairs;

(0, 6), (1, 2), (2, 5), (3, 5), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (7, 3), (8, 7), (9, 6).

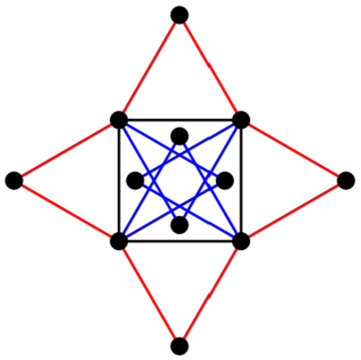
We note 6 = 2+4 = 4+2 = 3+3 = 2+2+2. No digit is written with a single matchstick. The digit 4 requires 4 matchsticks, the digit 1 requires 2 matchsticks and the digit 7 requires 3 matchsticks. This gives us the six possibilities: 6, 9, 14, 41, 77, 111.

15– مربع طول ضلعه 1 سم. كم عدد النقاط في المستوى التي تبعد 1 سم بالضبط عن رأسين من رؤوس هذا المربع؟

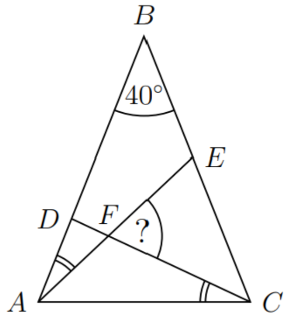
15. The edges of a square are 1cm long. How many points on the plane are exactly 1cm away from two of the vertices of this square?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
4	6	8	10	12

الحل هو (E)



16– المثلث ABC متطابق الضلعين، فيه $BA = BC$ و $\angle ABC = 40^\circ$. الزاويتان المحددتان؛ $\angle EAB$ و $\angle DCA$ متساويتان في القياس. ما هو قياس الزاوية $\angle CFE$؟



16. Triangle ABC is isosceles with $BA = BC$ and $\angle ABC = 40^\circ$. The two marked angles, $\angle EAB$ and $\angle DCA$, are equal. What is the size of the angle $\angle CFE$?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
55^o	60^o	65^o	70^o	75^o

الحل هو (D)

أولاً نلاحظ أن $\angle BCA = \angle CAB = \dfrac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$.

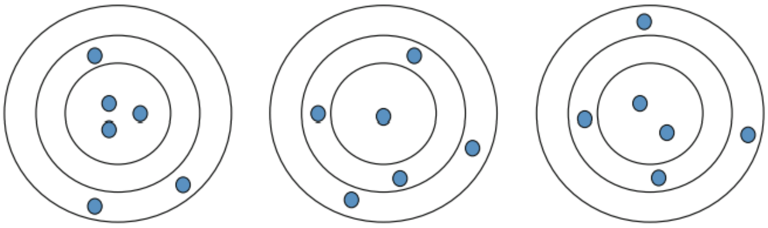
من الواضح أنه في $\Delta\ FAC$: $\angle AFC = 180° - \angle FCA - (70° - \angle FCA) = 110°$.

إذن $\angle CFE = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

First we observe that $\angle BCA = \angle CAB = \dfrac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$.

In ΔFAC it is clear that $\angle AFC = 180^\circ - \angle FCA - (70^\circ - \angle FCA) = 110^\circ$.
So, $\angle CFE = 180^\circ - 110^\circ$.

17– أطلقت كل من سناء و ريما و ليلى ستة سهام على هدف. السهام التي تضرب في أي مكان ضمن نفس الحلقة تسجل نفس العدد من النقاط. سجلت سناء 46 نقطة وسجلت ريما 34 نقطة، كما هو موضح. كم عدد النقاط التي سجلتها ليلى؟



17**.** Sanaa, Reema and Laila each shot six arrows at a target. Arrows hitting anywhere within the same ring score the same number of points. Sanaa scored 46 points and Reema scored 34 points, as shown. How many points did Laila score?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
37	38	39	40	41

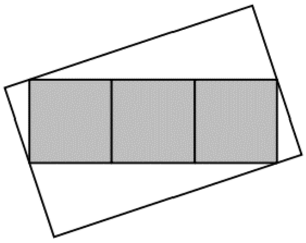
الحل هو (D)

نلاحظ أن مجموع عدد السهام في كل حلقة لسناء وريما ضعف عدد سهام ليلى لنفس الحلقة.

عدد نقاط ليلى = نصف مجموع نقاط سناء وريما يساوي $40 = \frac{80}{2} = \frac{46+34}{2}$.

Observe that if we add the numbers of hits in each ring from Sanaa and Reema together they hit each ring exact the double amount of times of the number of hits of Laila. Since the sum of the points of Sanaa and Reema is 46 + 34 = 80, Laila scored 40 points.

18. يوضح الشكل مستطيلًا مكونًا من ثلاثة مربعات رمادية مساحة كل منها $25\ cm^2$، داخل مستطيل أبيض أكبر. يمس رأسان من رؤوس المستطيل الرمادي نقطتي المنتصف للضلعين القصيرين للمستطيل الأبيض، ويمس الرأسان الآخران للمستطيل الرمادي الضلعين الطويلين للمستطيل الأبيض. ما مساحة المستطيل الأبيض؟

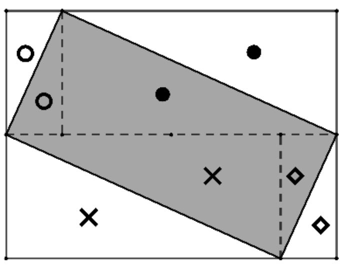


18**.** The diagram shows a rectangle made from three grey squares, each of area $25\ cm^2$, inside a larger white rectangle. Two of the vertices of the grey rectangle touch the mid-points of the shorter sides of the white rectangle and the other two vertices of the grey rectangle touch the other two sides of the white rectangle. What is the area of the white rectangle?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$125\ cm^2$	$136\ cm^2$	$149\ cm^2$	$150\ cm^2$	$172\ cm^2$

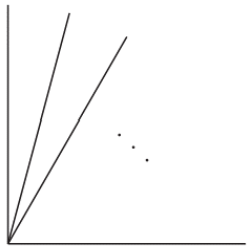
الحل هو (D)

مساحة المستطيل الرمادي $3\times 25 = 75\,cm^2$. ومن حقيقة أن قطر المستطيل يقسمه لمثلثين متساويين في المساحة، نقسم المستطيلين كما بالشكل الموضح. سنجد أن كل مثلث رمادي يقابله مثلث أبيض مساوي له في المساحة، والعكس صحيح. إذن مساحة المستطيل الأبيض تساوي $2\times 75 = 150\ cm^2$.



Area of the grey rectangle $3\times 25 = 75\,cm^2$. From the fact that the diagonal of the rectangle divides it into two triangles of equal area, we divide the two rectangles as shown. We will find that each grey triangle is matched by a white triangle of equal area, and vice versa. So, the area of the white rectangle is equal to $2\times 75 = 150\ cm^2$.

19– رسم سلطان خطين يكوّنان زاوية قائمة. ما هو أقل عدد من الخطوط يجب إضافته داخل الزاوية القائمة (كما هو موضح في الشكل) بحيث نستطيع تكوين جميع الزوايا $10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ$، عن طريق اختيار زوج من الخطوط؟

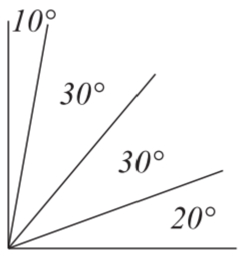


19 .Sultan drew two lines meeting at a right-angle. What is the smallest number of extra lines he could draw inside his right-angle, as shown, so that for any of the values $10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$ and 80°,a pair of lines can be chosen with the angle between them equal to that value?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
2	3	4	5	6

الحل هو (B)

من الواضح أن خطين إضافيين لا يكفيان (سيحصل سلطان على 5 زوايا داخلية على الأكثر، بينما يريد الحصول على 8). في حالة 3 خطوط إضافية سيحصل سلطان على 9 زوايا داخلية، وبالفعل بعد عدد من المحاولات يمكننا أن نصل للمثال الموضح:



Two more lines are clearly not enough (Sultan will get 5 internal angles at most, while he wants 8). In the case of 3 additional lines, Sultan will get 9 internal angles, and indeed, after a number of attempts, we can reach the example shown.

20. مجموع 2023 عددًا من الأعداد الصحيحة المتتالية هو 2023 . ما مجموع أرقام أكبر عدد من هذه الأعداد الصحيحة؟

20 .The sum of 2023 consecutive integers is 2023. What is the sum of digits of the largest of these integers?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
4	5	6	7	8

الحل هو (A)

عند استخدام الأعداد الصحيحة المتتالية الموجبة فقط $1,2,\dots,2023$، سنحصل على مجموع كبير جدًا، لذا فإنه يجب أن يبدأ التسلسل بأعداد سالبة، بحيث يلغي أحدها الاخر فيقل المجموع. إذن عند استخدام الأعداد $-1011,-1010,\dots\dots,1010,1011$ سنحصل على مجموع يساوي 0 لان كل عدد موجب يلغي عدد سالب، وبالتالي مجموعة الأعداد الصحيحة التالية $-1010,-1009,\dots\dots,1010,1011,1012$ التي عددها هو 2023 ومجموعها أيضا = 2023 تحقق الشرط. أكبر عدد في هذه القائمة هو 1012، مجموع أرقامه هو $1+0+1+2=4$.

Using only positive consecutive integers, i. e. $1,2,\dots,2023$, their sum is way too big, so the sequence must start with negative numbers, such that many of them cancel out. Equally balanced $-1011,-1010,\dots\dots,1010,1011$ yields 0 as sum. Just shifting this block one over leads to −1010..1012, where −1010..1010 cancel out and 1011, 1012 with sum 2023 are left over and 1 + 0 + 1 + 2 = 4.

5 point problems	مسائل الخمس نقاط

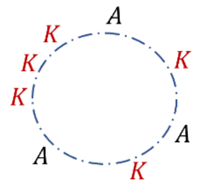
21. تقف بعض الإبل وبعض حيوانات الكنغر في دائرة. يوجد إجمالًا ثلاثة إبل في الدائرة، ولا يوجد اثنان منهما متجاورين. بينما يقف ثلاثة بالضبط من حيوانات الكنغر متجاورين لبعضهما البعض. ما أصغر عدد ممكن من حيوانات الكنغر في الدائرة؟

21 .Some camels and some kangaroos are standing in a circle. There are three camels in total and there are no two camels who are standing next to each other. There are exactly three kangaroos who are standing next to each other. What is the smallest possible number of kangaroos in the circle?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
4	5	6	7	8

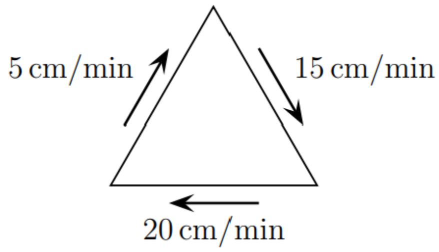
الحل هو (B)

سنرمز للجمل بالحرف A وللكنغر بالحرف K والمطلوب معرفة أقل عدد من حيوانات الكنغر يمكن إضافتها للدائرة مع تحقيق شرط عدم تجاور أي من الإبل. معطى أنه يوجد بالضبط ثلاثة حيوانات كنغر متجاورة KKK، إذن لابد أن يجاورهم من الطرفين إبل $AKKKA$. لتحقيق شرط عدم وجود اثنين من الإبل متجاورين، يليها نحتاج إلى إضافة اثنين من الكنغر على الطرفين لمنع تجاورهم مع حيوان الإبل الثالث $KAKKKAK$ ثم نغلق الدائرة بإضافة جمل ثالث كما بالشكل الموضح. إذن أقل عدد من حيوانات الكنغر في الدائرة هو 5 .



On both sides of the exactly three kangaroos K standing next to one another there must be camel A, so the sequence AKKKA is already given. As no two camels are standing next to another, kangaroos must follow on both sides of this sequence giving KAKKKAK and the only remaining camel must close the circle. Hence 5 kangaroos is the minimum.

22. تمشي نملة على أضلاع مثلث متطابق الأضلاع. تسير عبر الأضلاع الثلاثة بالسرعات $5\ cm/\min$ ، و $15\ cm/\min$ ، و $20\ cm/\min$ ، كما هو موضح بالشكل. ما السرعة المتوسطة التي تسير بها النملة في محيط المثلث بالكامل؟



22 .An ant is walking along the sides of an equilateral triangle. The speeds at which it travels along the three sides are 5 cm/min, 15 cm/min and 20 cm/min, as shown. What is the average speed, in cm/min, at which the ant walks the whole perimeter of the triangle?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$10\ cm/\min$	$\frac{80}{11}\ cm/\min$	$\frac{180}{19}\ cm/\min$	$15\ cm/\min$	$\frac{40}{3}\ cm/\min$

الحل هو (C)

نفرض أن طول كل ضلع من أضلاع المثلث يساوي $60\,cm$ (يمكنك التأكد أن الحل لن يتغير بتغير طول الضلع، واخترنا هذا الطول لأنه مضاعف مشترك أصغر لمقادير السرعات $5,15,20$).

إجمالي الوقت المستغرق هو $\frac{60}{5}+\frac{60}{15}+\frac{60}{20}=12+4+3=19\min$ ، المسافة الكلية هي $3\times 60=180\,cm$. إذن السرعة المتوسطة تساوي $\frac{180}{19}cm/\min$.

We assume that the length of each side of the triangle is 60 cm (you can be sure that the solution will not change with changing the length of the side, and we chose this length because it is the least common multiple of the magnitudes of the velocities 5,15,20).

The total time is $\frac{60}{5}+\frac{60}{15}+\frac{60}{20}=12+4+3=19\min$ and the total distances is $3\times 60=180\,cm$.

Hence the average speed is $\frac{180}{19}cm/\min$.

23– شارك سبعة أشخاص فقط في بطولة الشطرنج لهذا العام. حيث لعب فيها كل شخص مباراة واحدة مع كل شخص آخر. في يوم الإثنين، لعب سعد مباراة واحدة، سعيد مباراتين، أحمد 3 مباريات، خالد 4 مباريات، أسامه 5 مباريات وأشرف 6 مباريات.

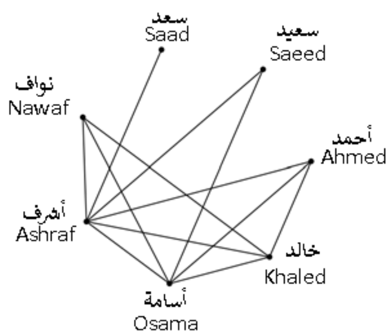
كم عدد المباريات التي لعبها نواف يوم الإثنين؟

23 .Only seven people participated in this year's chess tournament, in which each one played one game with every other one. On Monday, Saad played 1 game, Saeed played 2, Ahmed 3, Khaled 4, Osama 5 and Ashraf played 6 games. How many games did Nawaf play on Monday?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
1	2	3	4	5

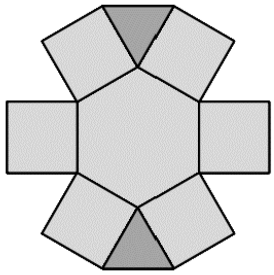
الحل هو (C)

دعنا نمثل كل شخص بنقطة، ونمثل كل مباراة بين شخصين في يوم الإثنين بقطعة مستقيمة تصل بين نقطتيهما. نبدأ برسم 6 قطع تخرج من نقطة أشرف للنقاط الباقية، ومن ثم فقد لعب سعد مباراته الوحيدة مع أشرف. الآن نذهب لنقطة أسامه سيخرج منها 5 قطع لكل النقاط ما عدا نقطة سعد، ومن ثم فقد لعب سعيد مباراتيه مع أشرف وأسامه. نذهب الآن لخالد سيخرج من نقطته 4 قطع لكل النقاط ما عدا نقطتي سعد وسعيد، ومن ثم فإن أحمد قد لعب مباراياته الثلاث مع أشرف وأسامه وخالد. الآن فقط اكتمل الرسم، ويمكنك أن ترى أن نواف لعب 3 مباريات.



Let's represent each person with a point, and each game between two people on Monday with a line segment connecting their points. We start by drawing 6 segments that come out from Ashraf's point to the remaining points, and then Saad played his only game with Ashraf. Now we go to Osama's point, from which 5 segments will come out for all points except Saad's point, and then Saeed played his two games with Ashraf and Osama. We go now to Khaled, he will come out of his point 4 segments for all the points except for the points of Saad and Saeed, and then Ahmed has played his three games with Ashraf, Osama and Khaled. Only now is the drawing completed, and you can see that Nawaf played 3 games.

24. تريد خلود كتابة الأعداد من 1 إلى 9 في مناطق الشكل التالي، بحيث أن حاصل ضرب العددين في أي منطقتين متجاورتين لا يزيد عن 15 (يقال للمنطقتين أنهما متجاورتان إذا كان بينهما ضلع مشترك). بكم طريقة يمكنها فعل ذلك؟

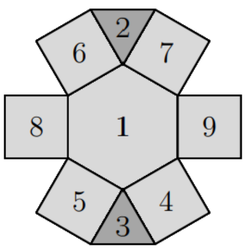


24. Kholoud wants to write the numbers 1 to 9 in the regions of the shape shown so that the product of the numbers in any two adjacent regions is not more than 15. Two regions are said to be adjacent if they have a common edge. In how many ways can she do this?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
12	8	32	24	16

الحل هو (E)

لاحظ أن $8,9$ يجب أن يكون لهما جار واحد فقط وأن هذا الجار يجب أن يكون الرقم 1. لذا يجب أن يكون العددان $8,9$ في المنطقتين 8 و 9 (في الشكل الموضح)، ويمكن أن يكون ذلك بطريقتين. بينما العدد 1 لا يمكن وضعه إلا في المنطقة 1. الآن نبحث أوضاع العدد 7، نجد أنه يمكن وضعه في أربع مناطق فقط، حيث أنه لا يمكن أن يكون في المنطقتين 2 و 3، ويجب أن يكون المثلث المجاور للعدد 7 هو العدد 2 فقط. العدد 6 لا يمكن أن يكون مجاورًا للعدد 3، فسيكون بجوار المثلث الذي يحتوي على العدد 2. الآن في الأعداد $3,4,5$ نجد العدد 3 هو الذي يمكنه مجاورة العددين الآخرين، ويكون موضعه هو المثلث، ويمكن وضع $4,5$ في المنطقتين المجاورتين له بطريقتين. إذن عدد الطرق يساوي $16=2\times4\times2$ لوضع الأعداد من 1 إلى 9 بالشروط المحددة.



Note that 8 and 9 must have at most 1 neighbor and that neighbor must also be 1. As a result, the numbers 8 and 9 must be in areas 8 and 9, which can be in two ways. Also, the number can only be 1 in area 1. Now we specify the position of the number 7, which has four states because it cannot be in areas 2 and 3, and the triangle adjacent to the number 7 can only be the number 2. Since the number 6 cannot be adjacent to the number 3, it will come next to the triangle with the number 2. Now we will have two modes for placing the numbers 4 and 5, only 3 can be adjacent to the other two. Therefore, there are $2 \times 4 \times 2$ ways to place the numbers 1 to 9 with the given conditions.

25. يقف عبدالله في طابور. عدد الأشخاص في الطابور هو مضاعف للعدد 3. لاحظ عبدالله أن عدد الأشخاص الذين يقفون أمامه يساوي عدد الذين خلفه. شاهد عبدالله صديقين، كلاهما يقف خلفه في الطابور، أحدهما في الترتيب التاسع عشر والآخر في الترتيب الثامن والعشرين. في أي ترتيب يقف عبد الله بهذا الطابور؟

25. Abdallah is standing in a queue. The number of people in the queue is a multiple of 3. He notices that he has as many people in front of him as behind him. He sees two friends, both standing behind him in the queue, one in $19\,th$ place and the other in $28\,th$ place. In which position in the queue is Abdallah?

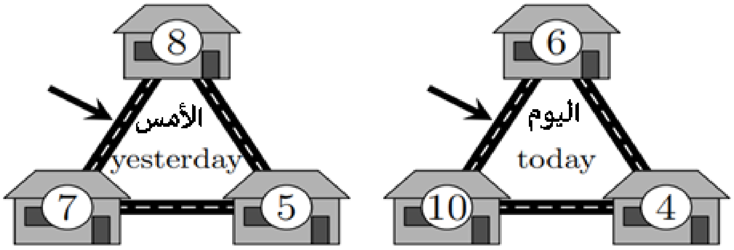
(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
14	15	16	17	18

الحل هو (D)

لنفترض أن لدى عبدالله x شخصاً يقف أمامه و x شخصاً يقف خلفه، وهذا يعني أن عبدالله يقف في الترتيب $x+1$. بما أن أحد أصدقائه يقف خلفة وفي الترتيب 19، إذن $x+1<19$، ومنها $x<18$. ولأن صديقة الاخر يقف في الترتيب 28، إذن $2x+1>28$. ومنها $x>13.5$. إذن $13.5<x<18$. إذن قيم x الممكنة هي 14 أو 15 أو 16 أو 17. وحيث أن $2x+1$ من مضاعفات العدد 3، فإن القيمة الوحيدة التي تحقق ذلك هي $x=16$، وعبدالله في الترتيب السابع عشر.

Let's say Abdallah has n people in front and n behind him, that means Abdallah is in position n + 1. On the other hand n + 1 < 19 and 2n + 1 > 28, that is n can only be 14, 15, 16 or 17. Since 2n + 1 must be a multiple of 3, n = 16 and Abdallah is in the 17th position.

26. تعيش بعض الفئران في ثلاثة منازل متجاورة. في الليلة الماضية، غادر كل فأر منزله وانتقل إلى أحد المنزلين المجاورين، يسلكون دائمًا أقصر الطرق. يوضح الرسم التخطيطي عدد الفئران في كل منزل يوم أمس واليوم. كم عدد الفئران الذين استخدموا المسار الذي يشير له السهم؟



26. Some mice live in three neighbouring houses. Last night, every mouse left its house and moved to one or the other of the other two houses, always taking the shortest route. The numbers in the diagram show the number of mice per house, yesterday and today. How many mice used the path shown by the arrow?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
9	11	12	16	19

الحل هو (B)

عدد الفئران التي غادرت المنزلين في اليسار هو $15 = 7 + 8$. بعض هذه الفئران سلك المسار المطلوب والبعض سلك المسارين الآخرين للوصول للبيت الثالث. بما أن عدد الفئران التي انتقلت للبيت الثالث هو 4 ، إذن عدد الفئران التي سلكت المسار المطلوب هو

$11 = 4 - 15$ فأرًا.

First method: The number of mice the left the two houses on the left is 7 + 8 = 15. Some or none of these mice crossed the path shown (connecting each other's house) but the rest went to the third house. We see form the second picture that 4 mice arrived at this third house. It means that the other ones, namely 15 − 4 = 11, are the mice that crossed the shown path.

27. كتب محمد العدد 1015 كمجموع أعداد باستخدام الرقم 7 فقط. استخدم الرقم 7 عشر مرات، كما هو موضح. الآن يريد كتابة العدد 2023 كمجموع أعداد باستخدام الرقم 7 فقط، بتكراره 19 مرة. كم عدد المرات التي سيستخدم فيها العدد 77 ؟

$$\begin{array}{r} 777 \\ 77 \\ +\ 77 \\ 77 \\ 7 \\ \hline 1015 \end{array}$$

27. Mohammed wrote the number 1015 as a sum of numbers using only the digit 7. He used a 7 a total of 10 times, as shown. Now he wants to write the number 2023 as a sum of numbers using only the digit 7, using a 7 a total of 19 times. How many times will he use the number 77?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
2	3	4	5	6

الحل هو (E)

$$\begin{array}{r} 777 \\ 777 \\ 77 \\ 77 \\ +\ 77 \\ 77 \\ 77 \\ 77 \\ 7 \\ \hline 2023 \end{array}$$

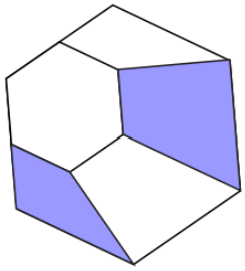
الطريقة الأولى: نظرًا لأن رقم الآحاد في 2023 هو 3، يجب أن نستخدم عمودًا من تسع سبعات لأن المضاعف الوحيد للعدد 7 المنتهي بـ 3 هو $9\times7=63$. وهذا يعطيني 6 للحمل. لذلك مجموع عمود العشرات يجب أن ينتهي بـ 6 (لأن $6+6$ ينتهي بـ 2)، مما يعني أننا نحتاج أن يكون عمود العشرات مكون من ثمانية من الـ 7 لأن $8\times7=56$ وهذا أيضا يعطينا 6 للحمل، لذا نحتاج إلى $7+7=14$ في عمود المئات. إذن عدد المرات التي سنستخدم فيها 77 هو 6.

الطريقة الثانية: استخدام 777 ثلاث مرات كبير جدًا لأن $777\times3=2331>2023$، واستخدام 777 مرة واحدة قليل جدًا. لذا سنبدأ باستخدام 777 مرتين. وبالتالي المتبقي $2023-2\times777=469$، وهو سهل للبحث عنه $469=77\times6+7$. إذن عدد المرات التي سيستخدم فيها 77 = 6

Since the units digit of 2023 is a 3, we must use a column of nine 7's because the only multiple of 7 ending in a 3 is $7\times9=63$. This gives 6 to carry. So the tens column must end on a 6 (so that 6+6 ends on a 2), which means we need a column of eight 7's as $8\times7=56$. Now this

column has a 6 to carry so we need 14 =7+7 on the left most column.
Alternative solution: Three 777's are too much as $3 \times 777 = 2331 > 2023$ and one 777 is too little. So start with two 777's. What remains is $2023 - 2 \times 777 = 469$, which is easy to manage.

28. تم تقسيم سداسي منتظم إلى أربعة أشكال رباعية وسداسي منتظم صغير، كما بالشكل. النسبة بين مساحة المنطقة المظللة إلى مساحة السداسي الصغير تساوي $\frac{4}{3}$. ما هي نسبة مساحة السداسي الصغير إلى مساحة السداسي الكبير؟

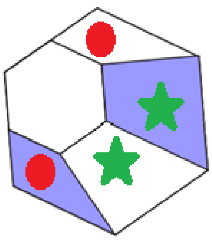


28. A regular hexagon is divided in four quadrilaterals and one smaller regular hexagon. The area of the shaded region and the area of the small hexagon are in the ratio $\frac{4}{3}$. What is the ratio $\frac{area\ small\ \ hexagon}{area\ big\ \ hexagon}$?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$\frac{3}{11}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$

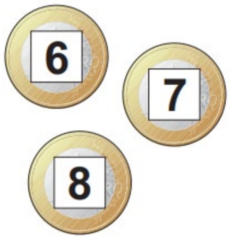
الحل هو (A)

بفرض مساحة السداسي الصغير تساوي 3 . إذن مساحة المنطقة المظللة تساوي 4 ، وهي مجموع مساحتي رباعيين مظللين. لكن من الشكل الموضح نجد أن هناك رباعيين غير مظللين، كل واحد منهما يطابق رباعي مظلل (تم وضع نفس العلامة على الرباعيين المتطابقين). إذن مجموع مساحتي الرباعيين الغير مظللين يساوي 4 . إذن مساحة السداسي الكبير تساوي $11 = 4 + 4 + 3$. إذن نسبة مساحة السداسي الصغير إلى مساحة السداسي الكبير $\frac{3}{11}$.



Let the area of a small hexagon be 3. So the area of the shaded region is equal to 4 , which is the sum of the areas of the two shaded quadrilaterals. But from the figure shown, there are two unshaded quadrilaterals, each of which is congruent to a shaded quadrilateral (the same sign is placed on the congruent quadrilaterals). So the sum of the areas of the two unshaded quadrilaterals is equal to 4. So, the area of the big hexagon is $3 + 4 + 4 = 11$. So, the ratio of the area of the small hexagon to the area of the large hexagon is $\frac{3}{11}$.

29. كتب سالم ستة أعداد متتالية على ست قطع من الورق الأبيض، عددًا واحدًا على كل قطعة. ثم قام بلصق هذه القطع الورقية على وجهي ثلاث عملات معدنية. ثم رمى هذه العملات المعدنية الثلاث ثلاث مرات. في الرمية الأولى، رأى الأعداد 6، 7 ، 8، كما هو موضح، فقام بتلوينها باللون الأحمر. في الرمية الثانية، كان مجموع الأعداد التي رآها 23 وفي الرمية الثالثة كان المجموع 17. ما هو مجموع الأعداد المكتوبة على قطع الورق البيضاء المتبقية الثلاث؟



29. Salem wrote six consecutive numbers onto six white pieces of paper, one number on each piece. He stuck these bits of paper onto the top and bottom of three coins. Then he tossed these three coins three times. On the first toss, he saw the numbers $6,7$ and 8, as shown, and then coloured them red. On the second toss, the sum of the numbers he saw was 23 and on the third toss the sum was 17. What was the sum of the numbers on the remaining three white pieces of paper?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
18	19	23	24	30

الحل هو (A)

إذا كانت الأعداد الستة المتتالية تتضمن 6 و 7 و 8، فهناك أربع إمكانات فقط لهذه الأعداد الستة وهي $3,4,...,8$ و $4,5,...,9$ و $5,6,...,10$ و $6,7,...,11$. لا يمكن الحصول على المجموع 24 بثلاثة أعداد من $3,4,...,8$، ولا يمكن الحصول على المجموع 17 بثلاثة أعداد من $5,6,...,10$ و $6,7,...,11$. لذلك يجب أن تكون الأعداد هي $4,5,...,9$. إذن مجموع الأعداد على قطع الورق البيضاء المتبقية الثلاث يجب أن يكون $4+5+9=18$.

If those six numbers are consecutive and 6, 7, 8 were seen, there are only four possibilities for all six numbers: 3,4,...,8, 4,5,...,9, 5,6,...,10, and 6,7,...,11. The sum 24 cannot be obtained with 3 numbers out of 3,4,...,8 and the sum 17 cannot be obtained with 3 numbers out of 5,6,...,10, and 6,7,...,11. So it must be the numbers 4,5,...,9 and the sum of the numbers on the three white pieces of paper must be $4 + 5 + 9 = 18$.

30. سجل فريق الرجبي (كرة القدم الأمريكية) 24 نقطة و 17 نقطة و 25 نقطة في المباريات السابعة والثامنة والتاسعة من موسم 2022 . إذا كان متوسط نقاطهم في المباراة الواحدة بعد 9 مباريات أعلى مما كان عليه بعد أول 6 مباريات. وكان متوسط النقاط بعد 10 مباريات أكثر من 22 . ما هو أقل عدد من النقاط التي يمكن أن يكونوا سجلوها في مباراتهم العاشرة؟

30. A rugby team scored 24 points, 17 points and 25 points in the seventh, eighth and ninth games of the 2022 season. Their average points-per-game was higher after 9 games than it was after their first 6 games. Their average after 10 games was more than 22. What is the smallest number of points that they could have scored in their $10th$ game?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
22	23	24	25	26

الحل هو (C)

المتوسط في المباريات السابعة والثامنة والتاسعة كان $22 = \frac{24+17+25}{3}$ ، و هذا يعني أن متوسط أول 6 مباريات كان أقل من 22 .

إذن خلال أول 6 مباريات، كان الفريق قادرًا على تسجيل $22\times 6-1=131$ نقطة. بعد 10 مباريات، يجب أن يكون المتوسط أكبر من 22 ، لذلك خلال العشر مباريات لابد أن يكون الفريق قد سجل على الأقل $10\times 22+1=221$ نقطة.

أقل عدد من النقاط التي يمكن أن يكونوا سجلوها في مباراتهم العاشرة هو $221-131-66=24$.

The average in the seventh, eighth and ninth games was (24 + 17 + 25)/3 = 22. This means that the average of the first 6 games was less than 22. Over the first 6 games, the team could have scored 22 x 6 -1 = 131 points. After 10 games, the average must be more than 22, so over the 10 matches the team must have scored at least 10x22 + 1 = 221 points in total. The smallest number that could have been scored in the last match is 221 – 131 - 66 = 24.